



УДК 621.396

FEATURES OF SEQUENCE OF QAM-16 VECTORS IN FREQUENCY DOMAIN

ВЛАСТИВОСТІ ПОСЛІДОВНОСТІ ВЕКТОРІВ КАМ-16 У ЧАСТОТНІЙ ОБЛАСТІ

Вуков Р. Г./ Биков Р. Г.

O.S. Popov Odessa national academy of telecommunication, Odessa, Kuznechna, 1, 65029

Одеська національна академія зв'язку ім. О.С. Попова, Одеса, Кузнечна, 1, 65029

Анотація. У роботі отриманий загальний вираз спектральної щільності для КАМ-16 векторів. Розглянутий розподіл енергії у смузі частот для одного вектора та для послідовності векторів. Виконана оцінка ширини частотної смуги, в якій знаходиться певна частина енергії сигналу. За отриманими результатами побудовані графіки та зроблені висновки. Слід відмітити, що наведені вирази дозволяють виконати синтез та проаналізувати розподіл енергії у смузі частот не тільки для КАМ-16 послідовності, а також і для символів, що застосовані у сучасних стільникових мережах, в яких використовується технологія мультимплексування з ортогональним частотним поділом каналів (OFDM).

Ключові слова: вектор, послідовність, КАМ-16, спектр, енергія.

Вступ. В сучасних стільникових системах зв'язку для забезпечення високої швидкості передачі даних існують різні види цифрових модуляцій: ФМ-4, КАМ-4, КАМ-16 та ін. Під час модуляції послідовність бітів замінюється вектором, що визначає амплітуду та початкову фазу несівної [1]. При обмеженні спектру векторів в каналі зв'язку виникає між символна інтерференція (МСІ), що зменшує завадостійкість передачі. Для оцінки величини МСІ при обмеженні спектру сигналу слід визначити ті ділянки у смузі частот, де сконцентрована максимальна енергія сигналу, що передається. Отже, актуальною є задача визначення розподілу енергії послідовності векторів з прямокутною огинаючою у смузі частот на одній несівній.

В якості багатопозиційної модуляції була обрана КАМ-16 (рис. 1).

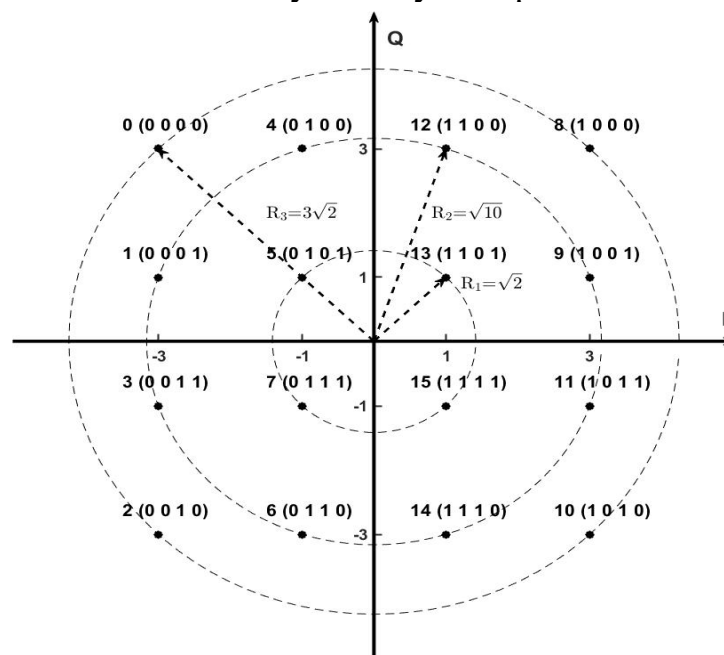


Рис. 1. Сигнальне сузір'я КАМ-16



Кожен з 16 векторів, представлених на рис. 1, може бути описаний у часовій формі:

$$s_k(t) = \begin{cases} A_k \cos(\omega_0 t + \varphi_k), & 0 \leq t \leq T; \\ 0, & t < 0, t > T, \end{cases} \quad (1)$$

де $k = 0, \dots, 15$; A_k – амплітуда несівної для k -го вектора; ω_0 – частота несівної; φ_k – фаза несівної для k -го вектора; T – тривалість вектора.

Спектральна щільність вектора КАМ-16.

На рис.2 наведена часова форма вектора [1011]. Період несівної обраний у десять разів менше, ніж тривалість вектора T , час нормований відносно T .

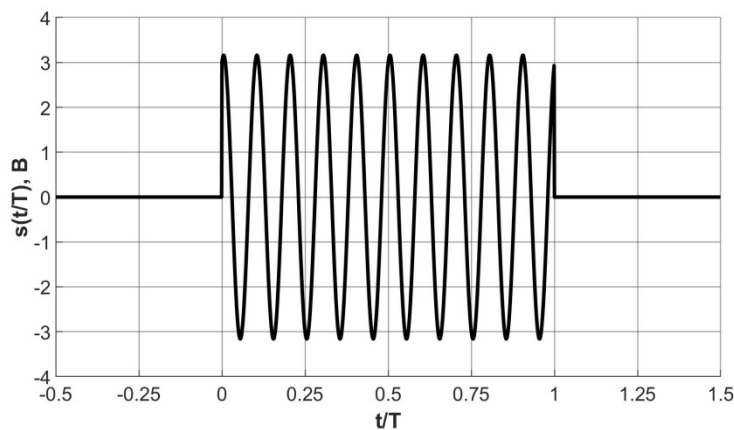


Рис. 2. Часова форма вектора [1011]

Спочатку визначимо спектр k -го вектора (1):

$$S_k(j\omega) = \int_0^T A_k \cos(\omega_0 t + \varphi_k) e^{-j\omega t} dt = A + jB, \quad (2)$$

де

$$\begin{aligned} A &= \frac{A_k T}{2} \left[\operatorname{sinc}\left(\left(\omega - \omega_0\right)\frac{T}{2}\right) \cos\left(\left(\omega - \omega_0\right)\frac{T}{2} - \varphi_k\right) + \right. \\ &\quad \left. + \operatorname{sinc}\left(\left(\omega + \omega_0\right)\frac{T}{2}\right) \cos\left(\left(\omega + \omega_0\right)\frac{T}{2} + \varphi_k\right) \right]; \\ B &= -\frac{A_k T}{2} \left[\operatorname{sinc}\left(\left(\omega - \omega_0\right)\frac{T}{2}\right) \sin\left(\left(\omega - \omega_0\right)\frac{T}{2} - \varphi_k\right) + \right. \\ &\quad \left. + \operatorname{sinc}\left(\left(\omega + \omega_0\right)\frac{T}{2}\right) \sin\left(\left(\omega + \omega_0\right)\frac{T}{2} + \varphi_k\right) \right]. \end{aligned}$$

Часткова енергія [2] всередині смуги частот $[-\omega; \omega]$ k -го вектора отримується за наступним виразом:

$$W_k(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega}^{\omega} S_k(j\omega) S_k^*(j\omega) d\omega \leq W_{k \text{ макс}} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_k(j\omega) S_k^*(j\omega) d\omega, \quad (3)$$

Оскільки спектр сигналу є нескінченним, то для отримання повної енергії сигналу зручно скористатись іншим виразом, за допомогою теоремою Парсеваля:



$$W_{k \text{ макс}} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_k(j\omega) S_k^*(j\omega) d\omega = \int_0^T s_k^2(t) dt. \tag{4}$$

Функція розподілу енергії у смузі частот для k -го вектора буде наступною:

$$\eta_k = \frac{W_k(\omega)}{W_{k \text{ макс}}} \cdot 100\%. \tag{5}$$

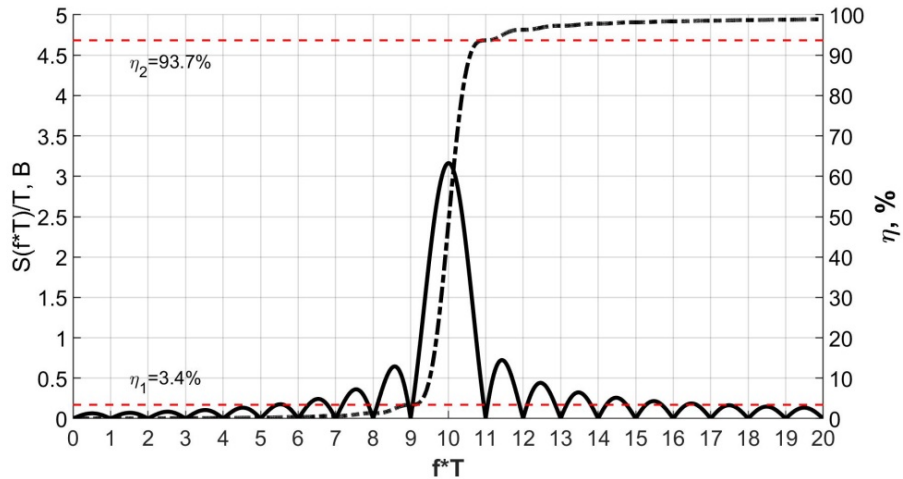


Рис. 3. Спектральна щільність та розподіл енергії у смузі частот вектора [1011]

За допомогою (2) – (5) у програмному середовищі MATLAB [3] був побудований графік спектральної щільності для вектора [1011], нормованої відносно його тривалості T , й розподіл його енергії (рис. 3). Пік спектральної щільності спостерігається у межах $[f_0 - 1/T; f_0 + 1/T]$. Слід відмітити, що бічні пелюстки не є однаковими. Для вектора [1011] рівень правих пелюстків перевищує рівень лівих через те, що точка 11, яка відображує вектор на рис. 1, розташована ближче до дійсної вісі, ніж до уявної. Однаковий амплітудний спектр спостерігається для векторів 1, 3 та 9. Результати моделювання показали, що концентрація енергії у межах головного пелюстка спектральної щільності, який обмежений частотами $[f_0 - 1/T; f_0 + 1/T]$, не залежить від форми бічних пелюстків й початкової фази несівної вектора і для кожного з КАМ-16 векторів складає 90,3%.

Аналіз спектральної щільності послідовності векторів.

У послідовності векторів (1) кожний елемент зсунутий у часі на інтервал $(i-1)T$, де i – номер вектора у послідовності, T – тривалість вектора (рис. 4). Розглянемо деяку сигнальну послідовність (табл.1).

Часова форма обраної послідовності може бути представлена у вигляді:

$$s_{\text{посл}}(t) = \sum_{i=1}^7 s_i(t - (i-1)T), \tag{6}$$

де $s_i(t)$ – i -й вектор, послідовність бітів в якому визначається згідно з табл.1.



Послідовність векторів КАМ-16

<i>i</i>	Послідовність бітів
1	1 0 1 1
2	0 1 1 1
3	0 0 0 1
4	1 1 0 0
5	0 1 1 1
6	0 0 0 0
7	1 0 1 1

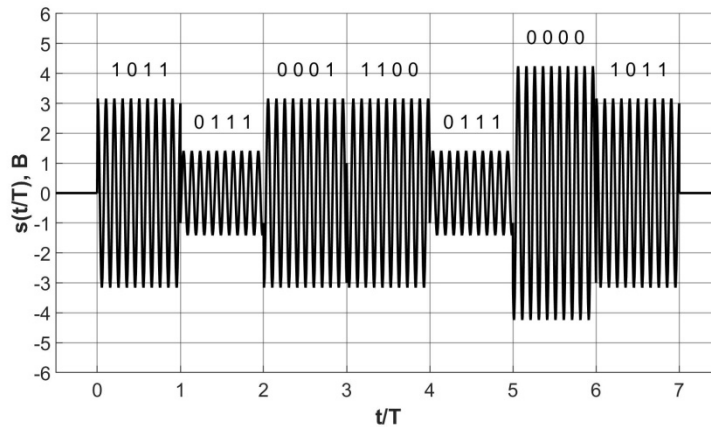


Рис. 4. Послідовність векторів КАМ-16 у часовій формі

Спектр *i*-го вектора є добутком двох множників:

$$S_{i\text{ зсун}}(j\omega) = S_i(j\omega) \cdot e^{-j\omega(i-1)T} \tag{7}$$

Спектр послідовності (6) є сумою спектрів векторів (7):

$$S(j\omega)_{\text{посл}} = \sum_{i=1}^n S_i(j\omega) \cdot e^{-j\omega(i-1)T} = A + jB, \tag{8}$$

де

$$A = \sum_{i=1}^n \frac{A_i T}{2} \left[\text{sinc}\left(\left(\omega - \omega_0\right)\frac{T}{2}\right) \cos\left(\left(\omega - \omega_0\right)\frac{T}{2} - \varphi_i + \omega(i-1)T\right) + \text{sinc}\left(\left(\omega + \omega_0\right)\frac{T}{2}\right) \cos\left(\left(\omega + \omega_0\right)\frac{T}{2} + \varphi_i + \omega(i-1)T\right) \right];$$

$$B = -\sum_{i=1}^n \frac{A_i T}{2} \left[\text{sinc}\left(\left(\omega - \omega_0\right)\frac{T}{2}\right) \sin\left(\left(\omega - \omega_0\right)\frac{T}{2} - \varphi_i + \omega(i-1)T\right) + \text{sinc}\left(\left(\omega + \omega_0\right)\frac{T}{2}\right) \sin\left(\left(\omega + \omega_0\right)\frac{T}{2} + \varphi_i + \omega(i-1)T\right) \right].$$

i – номер вектора у послідовності; *n* – кількість векторів; *A_i* – амплітуда несівної для *i*-го вектора; *ω₀* – частота несівної; *φ_i* – фаза несівної для *i*-го вектора.

Часткова енергія всередині смуги частот $[-\omega; \omega]$ для послідовності векторів:



$$W(\omega)_{\text{посл}} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega}^{\omega} S(j\omega)_{\text{посл}} S^*(j\omega)_{\text{посл}} d\omega \leq W_{\text{посл макс}}, \quad (9)$$

Оскільки спектр сигналу є нескінченним, то для отримання повної енергії послідовності векторів зручно скористатись виразом:

$$W_{\text{посл макс}} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(j\omega)_{\text{посл}} S^*(j\omega)_{\text{посл}} d\omega = \int_0^{nT} s_{\text{посл}}^2(t) dt. \quad (10)$$

Функція розподілу енергії у смузі частот для послідовності векторів:

$$\eta = \frac{W(\omega)_{\text{посл}}}{W_{\text{посл макс}}} \cdot 100\%. \quad (11)$$

За допомогою (8) – (11) у програмному середовищі Matlab був побудований графік спектральної щільності послідовності векторів нормованої відносно його тривалості T , й розподілу їх енергії (рис. 5). Аналіз графіку, на якому зображений розподіл енергії у смузі частот для послідовності векторів, показує, що в піку спектральної щільності, який обмежений частотами $[f_0 - 1/T; f_0 + 1/T]$, знаходиться **87,8%** загальної енергії сигналу. При моделюванні інших послідовностей частина від загальної енергії сигналу змінювалась та становила більше або менше 90%.

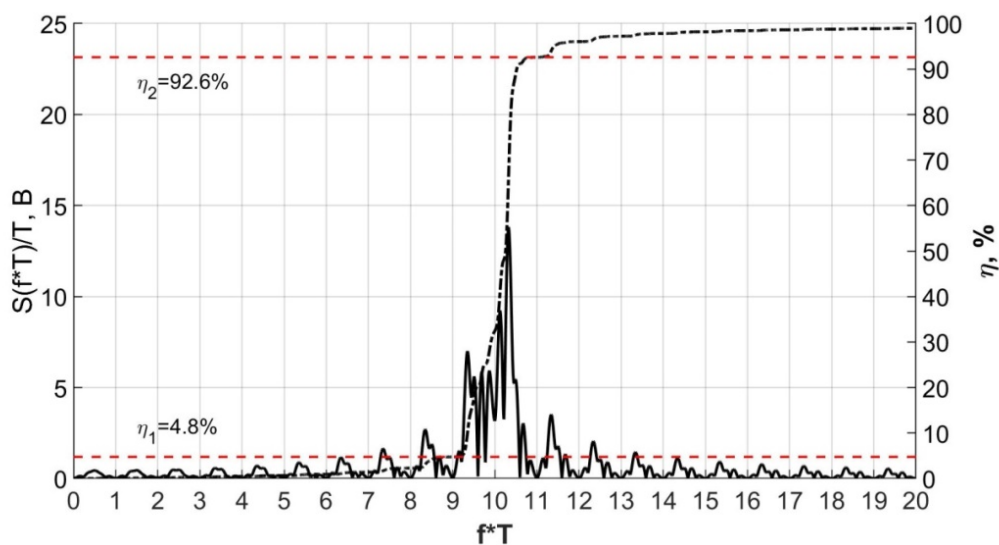


Рис. 5. Спектральна щільність та розподіл енергії у смузі частот послідовності векторів

Висновки.

Для впевненого передавання цифрового сигналу в каналі зв'язку з обмеженою шириною смуги пропускання необхідна максимальна концентрація енергії даного сигналу всередині частотної смуги, що надається. Науковою новізною роботи є отримання виразів, які дозволяють визначити спектральну щільність та розподіл енергії у смузі частот послідовності векторів цифрової модуляції КАМ-16. При застосуванні кількох несівних, різниця частот між якими кратна $1/T$, де T – тривалість одного вектора, стає можливим за допомогою (8) – (11) проаналізувати розподіл енергії у спектрі сигналу з OFDM.

**Література:**

1. Сукачев Э. А. Сотовые сети радиосвязи с подвижными объектами / Э. А. Сукачев – Одесса: ОНАС им. А. С. Попова, 2013. – 256 с.
2. Гуревич М. С. Спектры радиосигналов / М. С. Гуревич – М.: Связьиздат, 1963. – 311 с.
3. Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов / А. Б. Сергиенко – СПб.: Питер, 2003. – 608 с.

***Abstract.** Spectral density of qam-16 vectors has been determined in section 1. It is shown that side lobes of amplitude spectrum are different, but main lobe carries same part of energy for different transmitted symbols. In section 2 there is provided expressions that allow determining spectral density of pulse sequence. It turns out those areas in frequency band where signal energy is maximum. A program has been created in MATLAB that allows to illustrate simulation results. The results are also valid for cellular radio systems that use orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) technology.*

***Key words:** vector, sequence, QAM-16, spectrum, energy.*

БЫКОВ Р. Г.