



УДК 004.02

**THE FIR FILTER DESIGN WITH BEST UNIFORM APPROXIMATION  
BASED ON GENETIC ALGORITHM  
СИНТЕЗ КИХ-ФИЛЬТРА С НАИЛУЧШЕЙ РАВНОМЕРНОЙ АППРОКСИМАЦИЕЙ  
НА БАЗЕ ГЕНЕТИЧЕСКОГО АЛГОРИТМА**

**Petrosian R.V. / Петросян Р.В.**

ORCID: 0000-0002-0388-8821

**Gnilitsky V.V. / Гнилицкий В.В.**

с.т.с., ас.проф. / к.т.н., доц.

ORCID: 0000-0003-0860-5162

**Petrosian A.R. / Петросян А.Р.**

ORCID: 0000-0003-0960-8461

master's degree student / магистрант

Zhytomyr Polytechnic State University, Zhytomyr, Ukraine

Государственный университет «Житомирская политехника», Житомир, Украина

**Аннотация.** В работе рассматривается анализ генетического алгоритма с целью его применения для оптимизации коэффициентов КИХ-фильтров с наилучшей равномерной аппроксимацией. Генетический алгоритм — эвристический алгоритм, являющийся разновидностью эволюционных алгоритмов, с помощью которых решаются оптимизационные задачи, основанные на методах естественной эволюции, аналогичных естественному отбору в природе. В качестве хромосомы используется класс, реализованный на языке программирования Python, который хранит список генов (вещественных коэффициентов фильтра). В качестве фитнес-функции используется взвешенная чебышевская норма. Проектирование КИХ-фильтров (фильтров с конечной импульсной характеристикой) включает одновременно оптимизацию как коэффициентов фильтра, так и учет эффектов квантования, что можно выполнить также с использованием генетического алгоритма. Моделирование проводилось на примере КИХ-фильтра первого типа. Результаты моделирования показали эффективность применения генетического алгоритма для синтеза КИХ-фильтров (результаты сопоставимы с алгоритмом Ремеза). Следует учесть, что эффективность генетического алгоритма зависит от сгенерированной начальной популяции, а также от настройки гиперпараметров.

**Ключевые слова:** генетический алгоритм; КИХ-фильтр; АЧХ; оптимизация; наилучшая равномерная аппроксимация.

**Вступление.**

Цифровая обработка сигналов используется везде, где необходимо выполнять такие задачи, как фильтрование, сжатие, управление, измерение, восстановление аудио-, видео- или любого сигнала, поступающего от какого-либо источника.

Фильтрация — наиболее распространенная задача цифровой обработки, которая реализуется с использованием цифровых фильтров: фильтры с конечной импульсной характеристикой (КИХ-фильтры); фильтры с бесконечной импульсной характеристикой (БИХ-фильтры). Во многих приложениях цифровой обработки сигналов использование КИХ-фильтров более предпочтительно, т.к. они имеют следующие преимущества: групповая задержка фильтра постоянна; КИХ-фильтры всегда устойчивы.

Хотя многие методы проектирования цифровых фильтров и разработаны в



60-70-х годах, но интерес к проектированию цифровых фильтров не спадает. В настоящее время широкое распространение нашли алгоритмы, основанные на интеллектуальных алгоритмах обработки данных. Один из таких алгоритмов – это генетический алгоритм [2, 3].

Генетический алгоритм (ГА) – эвристический алгоритм, являющийся разновидностью эволюционных алгоритмов, с помощью которых решаются оптимизационные задачи с использованием методов естественной эволюции, аналогичных естественному отбору в природе.

Проектирование фильтров включает одновременно оптимизацию как коэффициентов фильтра, так и учет эффектов квантования, что можно выполнить также с использованием ГА.

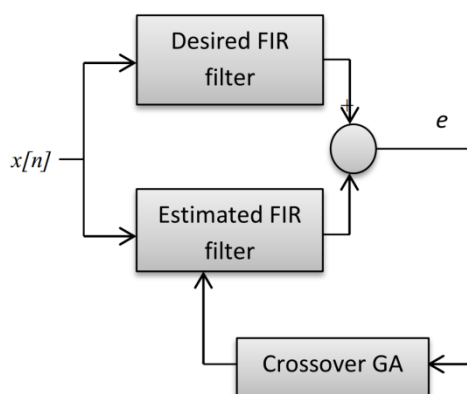
**Целью статьи** является анализ особенностей генетического алгоритма и возможность его применения для оптимизации коэффициентов КИХ-фильтров с наилучшей равномерной аппроксимацией.

#### **Основной текст.**

В научной литературе достаточно подробно проанализированы цифровые фильтры и методы их проектирования [1]. Наиболее широко используются классические методы расчета КИХ-фильтров: метод взвешивания; метод частотной выборки; метод наименьших квадратов, метод наилучшей равномерной аппроксимации. Первые два не являются оптимизационными методами, но достаточно просты в использовании. Третий и четвертый методы относятся к оптимизационным методам. Четвертый метод позволяет получить наилучшие результаты, но, как правило, аналитически функцию наилучшего равномерного приближения определить невозможно. Одним из наиболее эффективных итерационных методов определения наилучшей равномерной аппроксимации является алгоритм Ремеза.

Использование современных эвристических алгоритмов обработки данных [2, 3] позволяет получить некоторые преимущества: в некоторых случаях повысить эффективность поиска оптимального решения; выполнить многокритериальную оптимизацию.

В [4] рассматривается синтез КИХ-фильтра с использованием ГА. В работе представлена схема (рисунок 1), поясняющая принцип вычисления коэффициентов.



**Рисунок 1 – Схема оценки коэффициентов КИХ-фильтра с использованием генетического алгоритма**



КИХ-фильтр относится к классу линейных дискретных систем. Взаимосвязь между входным  $x(n)$  и выходным  $y(n)$  цифровыми сигналами определяется следующим разностным уравнением (1):

$$y(n) = \sum_{i=0}^{N-1} h(i) \cdot x(n-i) \quad (1)$$

где  $y(n)$ ,  $x(n)$  – выходные и входные цифровые сигналы соответственно;  $h(i)$  – коэффициенты КИХ-фильтра.

При проектировании цифрового фильтра можно выделить два основных метода синтеза: синтез цифровых фильтров в частотной области; синтез цифровых фильтров во временной области.

В соответствии с рисунком 1 для оптимизации коэффициентов КИХ-фильтра в [4] предлагается следующая целевая функция (2):

$$MSE = \sum_{n=0}^T (y(n) - \hat{y}(n))^2 \quad (2)$$

где  $y(n)$ ,  $\hat{y}(n)$  – выходные цифровые сигналы аппроксимируемого и аппроксимирующего фильтров соответственно,  $T$  – количество отсчетов сигнала.

Из работы не ясен характер входного сигнала  $x(n)$ , поэтому не понятно, в какой области производится синтез фильтра: частотной или временной? Легко можно показать, что если входной сигнал  $x(n)$  будет гармоническим, то оптимизация синтезируемого фильтра будет происходить в частотной области и только в одной точке амплитудно-частотной характеристики. Также указывается преимущество КИХ-фильтра, синтезированного на базе ГА, используя в качестве фитнес-функции выражение (2), в сравнении с наилучшей равномерной аппроксимацией. Сравнение проводилось по ширине переходной полосы КИХ-фильтра, при этом отклонение синтезированного от “идеального” фильтра значительно выше, чем у фильтра с наилучшей равномерной аппроксимацией, поэтому результаты несопоставимы.

Выполним синтезирование КИХ-фильтра с использованием ГА. Синтезировать КИХ-фильтр будем в частотной области, поэтому необходимо знать амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) фильтра, которая для аппроксимирующего фильтра в общем случае будет иметь вид (3):

$$H(\omega) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n) \cdot e^{-j\omega n} \quad (3)$$

где  $\omega$  – круговая частота.

Однако, как уже упоминалось, широкое применение находят КИХ-фильтры с линейной фазой. Для этого необходимо, чтобы импульсная характеристика была симметричной или антисимметричной [5]. В данном случае возможно четыре типа КИХ-фильтров. Моделирование будем осуществлять для фильтра первого типа. В этом случае разностное уравнение



(1) КИХ-фильтра первого типа примет вид (4):

$$y(n) = \sum_{i=0}^{(N-1)/2} a(i) \cdot x(n-i) \quad (4)$$

где  $a(0) = h\left(\frac{N-1}{2}\right)$ ,  $a(i) = 2h\left(\frac{N-1}{2} - i\right)$ ,  $h(i) = h(N-1-i)$ ,  $i=1,2, \dots (N-1)/2$ .

АЧХ для фильтра первого типа имеет вид (5):

$$H(\omega) = \sum_{n=0}^{(N-1)/2} a(n) \cdot \cos(\omega n) \quad (5)$$

Для оптимизации коэффициентов фильтра необходима фитнес-функция (функция приспособленности). Синтез фильтра с наилучшей равномерной аппроксимацией будем выполнять в виде задачи минимизации взвешенной чебышевской нормы (6):

$$e = \max(W(\omega) |(H(\omega) - \hat{H}(\omega))|) \rightarrow \min \quad (6)$$

где  $H(\omega)$ ,  $\hat{H}(\omega)$  – АЧХ аппроксимируемого и аппроксимирующего фильтров соответственно.

В качестве хромосомы будет выступать список вещественных коэффициентов фильтра.

Генетический алгоритм состоит из следующей последовательности шагов при решении оптимизационных задач:

1. Генерация начальной популяции;
2. Вычисление приспособленности хромосом;
3. Выбор исходных хромосом с наилучшими значениями приспособленности для создания новой популяции;
4. Выполнение операции скрещивания;
5. Выполнение операции мутации;
6. Если условие остановки выполнено, возвращаем хромосому с наилучшим значением приспособленности, а иначе переходим к пункту 2 для обработки новой популяции.

Аппроксимируемая функция АЧХ будет иметь вид, представленный на рисунке 2.

Моделирование будем выполнять с использованием языка программирования Python. Для реализации ГА необходимо настроить гиперпараметры. В нашем случае они будут иметь следующий вид:

```
POPULATION = 100 # количество индивидуумов в популяции
SURVIVOR = 0.2 # вероятность выживания
MUTATION = 0.1 # вероятность мутации индивидуума
GENERATIONS = 200 # максимальное количество поколений
```

Результаты моделирования представлены: на рисунках 3а и 3б – синтезированный КИХ-фильтр 24 порядка с использованием алгоритма Ремеза и ГА соответственно; на рисунке 4 – зависимость приспособленности от популяции. В таблице 1 представлено сравнение коэффициентов КИХ-фильтров, полученных ГА и алгоритмом Ремеза.

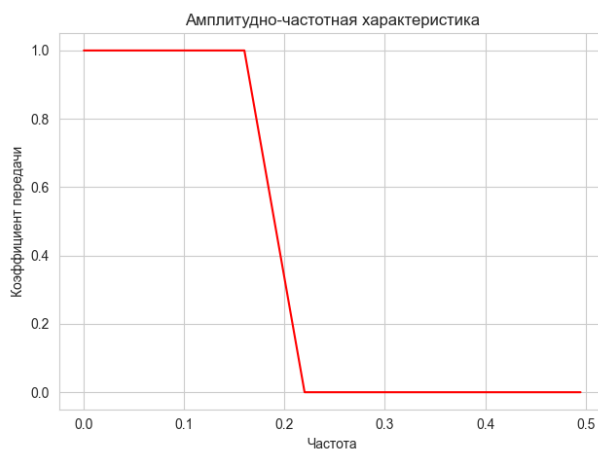
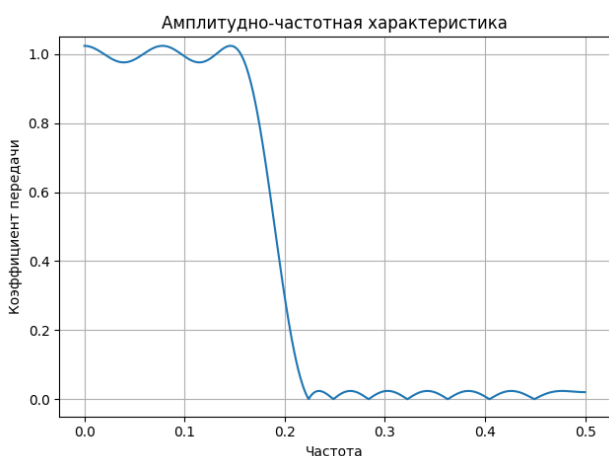


Рисунок 2 – АЧХ желаемого КИХ-фильтра

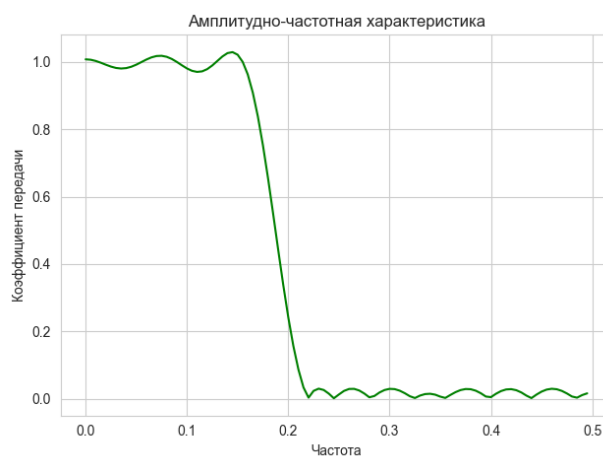
Таблица 1

Сравнение коэффициентов КИХ-фильтра

| Коэффициенты фильтра | Генетический алгоритм | Алгоритм Ремеза |
|----------------------|-----------------------|-----------------|
| a0                   | 0.37224889            | 0.37876147      |
| a1                   | 0.58593396            | 0.59132875      |
| a2                   | 0.22023092            | 0.21119264      |
| a3                   | -0.0792215            | -0.08372674     |
| a4                   | -0.14752195           | -0.14920693     |
| a5                   | -0.04210635           | -0.03182094     |
| a6                   | 0.06004051            | 0.06471533      |
| a7                   | 0.06904422            | 0.0652461       |
| a8                   | -0.00060184           | -0.0108581      |
| a9                   | -0.04725703           | -0.04013989     |
| a10                  | -0.03007391           | -0.02661512     |
| a11                  | 0.00893557            | 0.02127135      |
| a12                  | 0.03849865            | 0.03376467      |

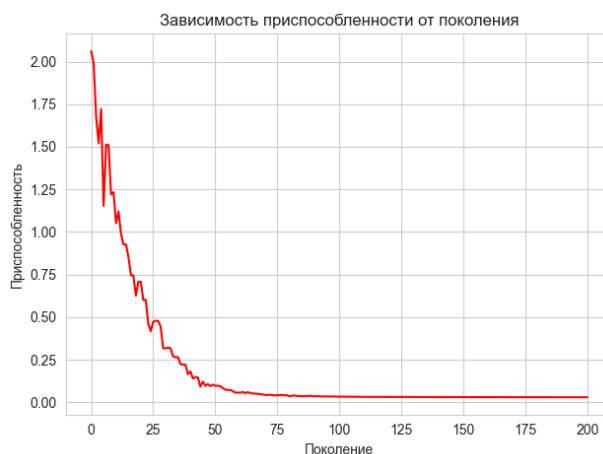


а)



б)

Рисунок 3 – АЧХ синтезированного КИХ-фильтра



**Рисунок 4 –Изменение приспособленности при поиске решения**

### **Заключение и выводы.**

В работе рассмотрен анализ генетического алгоритма и применение его для оптимизации коэффициентов КИХ-фильтров с наилучшей равномерной аппроксимацией.

При решении задачи ГА: составлена хромосома, которая представлена как список генов (вещественных коэффициентов фильтра); выбрана фитнес-функция для оптимизации коэффициентов КИХ-фильтра в виде взвешенной чебышевской нормы.

Было проведено моделирование на примере КИХ-фильтра первого типа с использованием языка программирования Python. Результаты моделирования показали эффективность применения ГА для синтеза КИХ-фильтров (результаты сопоставимы с алгоритмом Ремеза).

Следует учесть, что эффективность ГА зависит от сгенерированной начальной популяции и от настройки гиперпараметров, поэтому дальнейший анализ предполагает исследование формирования начальной популяции, а также оптимизацию гиперпараметров ГА.

### **Литература:**

1. Солонина А. И. Цифровая обработка сигналов в зеркале MATLAB / А. И. Солонина, 2018. – 560 с.
2. Mitchell M. An Introduction to Genetic Algorithms. – London: MIT Press, 1999. – 158 p.
3. The practical handbook of genetic algorithms, applications / edited by Lance D. Chambers. – 2nd ed. 535 p.
4. Sahu R.K., Thakare V.V. Comparative Designing of Optimal FIR Filter using Parks-McClellan & Genetic Algorithm // International Journal of Computer & Communication Engineering Research. – 2015. – №3. – P. 46–49.
5. Рабинер Л. Теория и применение цифровой обработки сигналов. / Л. Рабинер, Б. Гоулд. – Москва: Издательство «Мир», 1978. – 848 с.

***Abstract.** The paper considers the analysis of the genetic algorithm with the aim of its application to optimize the coefficients of FIR filters with the best uniform approximation. A genetic algorithm is a heuristic method, which is a variation of evolutionary algorithms. It solves*



optimization problems using natural evolution methods similar to natural selection in real world. As a chromosome, which stores a list of genes (real filter coefficients), a class implemented in the Python programming language is used. As a fitness function, the weighted Chebyshev norm. FIR filter (filter with finite impulse response) design includes both optimization of filter coefficients and consideration of quantization effects, which can also be implemented using a genetic algorithm. Modeling was carried out on the example of a FIR filter of the first type. The simulation results showed the effectiveness of the genetic algorithm for the synthesis of FIR filters (the results are comparable with the Remez algorithm). It should be noted that the efficiency of the genetic algorithm depends on the generated initial population, as well as on the setting of hyperparameters.

**Keywords:** genetic algorithm; FIR filter; amplitude-frequency characteristic; optimization; best uniform approximation.

Статья отправлена: 17.05.2021 г.

© Петросян Р.В.