https://www.sworldjournal.com/index.php/swj/article/view/swj11-02-013
DOI: 10.30888/2663-5712.2022-11-02-013

УДК 517.91; 517.958

APPLIED COMPONENT OF THE THEORY OF DIFFERENTIAL EQUATIONS IN PROBLEMS OF MECHANICS

ПРИКЛАДНА СКЛАДОВА ТЕОРІЇ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ У ЗАДАЧАХ МЕХАНІКИ

Arshava E.A. / Аршава О.О.
k.ph-m.s., as.prof. / к.ф.-м.н., доц.
ORCID: 0000-0002-2455-6623
Kharkiv National University Of Civil Engineering And Architecture, Kharkiv, Sumska, 40, 61002
Харківський національний університет будівництва та архітектури, Харків, Сумська,40, 61002

Анотація. *У статті розглядається реалізація міждисциплінарної інтеграції вищої математики та теоретичної механіки в системі вищої освіти. Здійснюється аналіз прикладної складової теорії диференціальних рівнянь під час складання моделі механічних процесів та методів розв'язків таких моделей. Наводяться приклади математичних моделей низки класичних задач механіки. Окрема увага при розв'язанні таких моделей приділяється теоретичним аспектам математичної освіти як фактору формування фундаменту міждисциплінарних зв'язків.*

Ключові слова: *диференціальні рівняння, математичні моделі механічних процесів, горизонтальна балка, цепна лінія, вимушені коливання.*

Вступ.

Реалізація міждисциплінарної інтеграції Вищої математики та Теоретичної механіки є актуальною проблемою для сучасного закладу вищої освіти технічного напрямку. Саме такий підхід під час викладання навчальних дисциплін забезпечує взаємозв'язок між ними як на рівні теоретичних знань, так і на рівні різноманітних видів практичної діяльності.

У роботі [1] зазначалося, що «найважливішим аспектом вивчення диференціального числення є формування у здобувачів вищої освіти вміння розв'язувати задачі прикладного наповнення за допомогою математичного апарату». Наведені приклади дозволили продемонструвати читацькій аудиторії міждисциплінарні зв'язки між Вищою математикою та Фізикою і Теоретичною механікою.

Авторка цієї публікації ставила за мету демонстрацію побудови математичних моделей деяких механічних процесів та визначення їх розв'язку.

Між дослідженнями математиків та механіків не існує чіткої межі. Праці механіків надають поштовх до розвитку математичної теорії. В то же час, для математиків є величезною гордістю отримати результати, що стосуються механіки. Тому відоме висловлення Леонардо да Вінчі: «Математика є рай математичних наук» лаконічно та чітко розкриває глибину зв'язку між двома складовими фундаментальної освіти сучасних фахівців.

Основний текст

Процес моделювання різноманітних механічних явищ доволі часто призводить до розв'язання задач, у яких невідомою є деяка функція. Розглянемо рівняння, які крім незалежних величин і залежних від них шуканих функцій містять також похідні (диференціали) від невідомих функцій.

Відомо, що такі рівняння називаються диференціальними, а знаходження невідомої функції – інтегруванням диференціального рівняння. Розробка методів інтегрування диференціальних рівнянь і дослідження властивостей їхніх розв'язків є предметом теорії диференціальних рівнянь.

Наведемо декілька прикладів математичних моделей класичних задач механіки.

Приклад 1. Визначити криву прогину горизонтальної балки, один кінець якої наглухо закріплений, а на інший діє зосереджена сила P (рисунок 1) (власною вагою балки можна знехтувати, вигин балки можна вважати настільки малим, що $y'^2 << 1$).

Розв'язання. Застосуємо відомий із курсу опору матеріалів факт, який полягає в тому, що залежність між кривизною та згинаючим моментом має вигляд:

$$\frac{y''}{\left(1+y'^2\right)^{\frac{3}{2}}}=\frac{M(x)}{EI}, \tag{1}$$

де $M(x)=P(l-x)$ – згинаючий момент в перерізі x, обчислений як результат дії зовнішніх сил, розташованих справа від перерізу,

E – модуль пружності,

I – момент інерції поперечного перерізу.

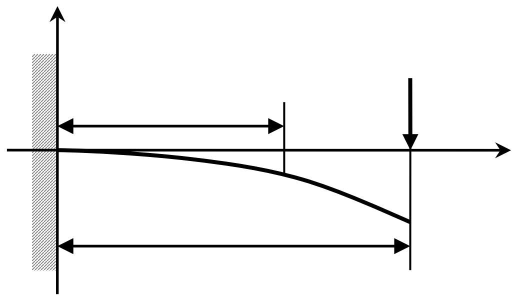

Рисунок 1 – Горизонтальна балка

Підставляючи $M(x)$ в рівняння (1) і врахувавши, що $1+y'^2 \approx 1$, одержимо

$$y''=\frac{P}{EI}(l-x). \tag{2}$$

Рівняння (2) є диференціальним рівняння другого порядку, що допускає зниження порядку. Інтегруємо його двічі:

$$y'(x)=-\frac{P}{2EI}(l-x)^2+C_1,$$

$$y(x)=\frac{P}{6EI}(l-x)^3+C_1x+C_2.$$

Для визначення довільних сталих C_1 і C_2 застосовуємо початкові умови:

1) при x=0 $y'=0$,

2) при x=0 $y=0$.

Із першої умови одержимо

$$y'(0) = -\frac{Pl^2}{2EI} + C_1 = 0,$$

звідси

$$C_1 = \frac{Pl^2}{2EI}.$$

Тоді

$$y(x) = \frac{P}{6EI}(l-x)^3 + \frac{Pl^2}{2EI}x + C_2.$$

Із другої умови маємо

$$y(0) = \frac{Pl^3}{6EI} + C_2 = 0,$$

отже,

$$C_2 = -\frac{Pl^3}{6EI}.$$

Остаточно рівняння кривої прогину горизонтальної балки матиме вигляд

$$y(x) = \frac{P}{6EI}(l-x)^3 + \frac{Pl^2}{2EI}x - \frac{Pl^3}{6EI},$$

або

$$y(x) = \frac{P}{2EI}\left(lx^2 - \frac{x^3}{3}\right).$$

Приклад 2 Визначити рівняння кривої, вздовж якої розміщується гнучка нерозтяжна нитка, що закріплена кінцями в двох точках $A(x_0,y_0)$ і $B(x_1,y_1)$ під дією навантаження, розподіленого рівномірно за її довжиною. Причому, навантаження, що припадає на одиницю довжини, дорівнює q.

Розв'язання. Виділяємо на кривій елемент дуги $MN = dS$ (рисунок 2).

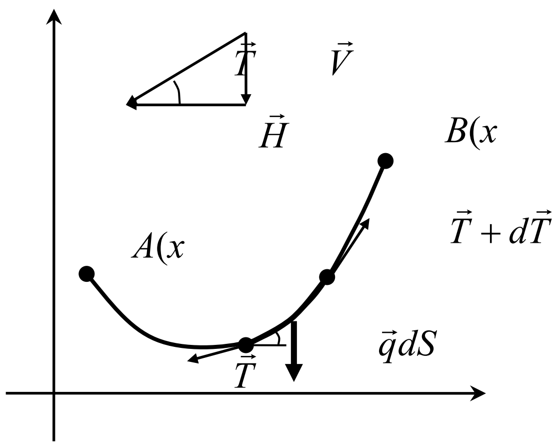

Рисунок 2 – Гнучка нитка під дією навантаження

На елемент дуги діють такі сили: в точці M – натяг $\vec{T}$, в точці N – натяг $\vec{T} + d\vec{T}$ і сила ваги $\vec{q}dS$. Із умови рівноваги, яка полягає в тому, що сума проекцій сил на осі координат дорівнює нулю, випливає:

$$\sum X_i = -T_x + (T + dT)_x = 0\,,$$
$$\sum Y_i = -T_y + (T + dT)_y - qdS = 0\,,$$

або

$$-T_x + T_x + (dT)_x = 0\,,$$
$$-T_y + T_y + (dT)_y - qdS = 0\,,$$

звідки

$$(dT)_x = 0\,, \quad (dT)_y - qdS = 0\,.$$

Позначимо T_x через H, а T_y через V. Тоді вище вказані рівняння рівноваги записуються у вигляді:

$$dH = 0\,, \quad dV - qdS = 0\,.$$

Із рівняння dH=0 випливає, що H=$const$, тобто горизонтальна складова натягу нитки є величина стала. Позначимо через α кут, який дотична до нитки в точці M складає з віссю Ox. Тоді з силового трикутника (рисунок 2) маємо:

$$\frac{V}{H} = tg\alpha = y'\,, \quad V = y'H\,, \quad dV = d(y'H) = Hy''dx\,.$$

Сталу величину H винесено за знак диференціалу. Диференціал дуги має вигляд:

$$dS = \sqrt{1 + (y')^2}\,dx\,.$$

Підставляючи dV і dS у друге рівняння рівноваги, одержимо

$$Hy''dx = q\sqrt{1 + (y')^2}\,dx\,,$$

або

$$y'' = \frac{q}{H}\sqrt{1 + (y')^2}\,.$$

Одержане рівняння є диференціальним рівнянням другого порядку, що не містить невідомої функції y.

Позначимо q/H=a і застосуємо підстановку $y' = p(x), \quad y'' = \dfrac{dp}{dx}$. Рівняння зведиться до рівняння першого порядку з відокремлюваними змінними відносно функції p:

$$\frac{dp}{dx} = a\sqrt{1 + p^2}\,.$$

Після відокремлення змінних одержимо

$$\frac{dp}{\sqrt{1 + p^2}} = adx\,.$$

Інтегруємо одержане рівняння:

$$\ln\left|p + \sqrt{1 + p^2}\right| = ax + C_1\,,$$

звідки

$$p + \sqrt{1 + p^2} = e^{ax + C_1}\,. \qquad (3)$$

Із рівності (3) визначаємо p:

$$\left(p+\sqrt{1+p^2}\right)\cdot\left(p-\sqrt{1+p^2}\right)=e^{ax+C_1}\left(p-\sqrt{1+p^2}\right),$$
$$-1=e^{ax+C_1}\left(p-\sqrt{1+p^2}\right),$$
$$p-\sqrt{1+p^2}=-e^{-(ax+C_1)},$$
$$\left(p+\sqrt{1+p^2}\right)+\left(p-\sqrt{1+p^2}\right)=e^{(ax+C_1)}-e^{-(ax+C_1)},$$
$$2p=e^{(ax+C_1)}-e^{-(ax+C_1)},$$
$$p=\frac{1}{2}\left(e^{(ax+C_1)}-e^{-(ax+C_1)}\right)=sh(ax+C_1).$$

Оскільки $p=\dfrac{dy}{dx}$, то

$$\frac{dy}{dx}=sh(ax+C_1). \qquad (4)$$

Інтегруючи рівняння (4), одержимо

$$y=\frac{1}{a}ch(ax+C_1)+C_2,$$
$$y-C_2=\frac{1}{a}ch(ax+C_1).$$

Таке рівняння є рівнянням цепної лінії.

Приклад 3. Визначити закон прямолінійного руху матеріальної точки масою m, яка падає в середовищі, опір руху в якому (сила тертя) пропорціональний квадрату швидкості. Початкові умови наступні: в момент часу t=0 координата точки дорівнює x_0, а швидкість v_0 (рисунок 3).

Розв'язання. На матеріальну точку діють такі сили:

$\vec{P}$ - вага матеріальної точки, $\vec{R}$ - сила опору.

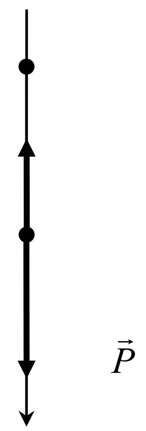

Рисунок 3 – Сили, що діють на матеріальну точку

Будемо вважати, що пряма, вздовж якої здійснюється рух точки, співпадає з віссю Оx, і направимо її вертикально вниз. Запишемо основне рівнянням динаміки точки:

$$m\vec{W} = \sum \vec{F}_k ,$$

де $\sum \vec{F}_k$ – рівнодіюча всіх сил, що діють на точку, $\vec{W}$ – прискорення.

За умовою задачі $R=kv^2$, $P=mg$, тоді рівняння руху в проекції на вісь Оx запишеться у вигляді

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = mg - k\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 .$$

Скорочуємо на m і одержимо диференціальне рівняння другого порядку:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = g - \frac{k}{m}\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 , \qquad (5)$$

в якому відсутня невідома функція x.

Застосування підстановки $\frac{dx}{dt} = p(t)$, $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dp}{dt}$ дозволяє знизити порядок диференціального рівняння:

$$\frac{dp}{dt} = g - \frac{k}{m}p^2 ,$$

Відокремлюємо змінні

$$\frac{dp}{g - \frac{k}{m}p^2} = dt ,$$

інтегруємо і одержимо

$$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{m}{kg}} \cdot \ln\left|\frac{\sqrt{g} + p\sqrt{\frac{k}{m}}}{\sqrt{g} - p\sqrt{\frac{k}{m}}}\right| = t + C_1 . \qquad (6)$$

Відповідно до початкової умови при t=0 швидкість $\frac{dx}{dt} = p(0) = v_0$, тому

$$C_1 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{m}{kg}} \cdot \ln\left|\frac{\sqrt{g} + v_0\sqrt{\frac{k}{m}}}{\sqrt{g} - v_0\sqrt{\frac{k}{m}}}\right|$$

і рівняння (6) набуває вигляд

$$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{m}{kg}} \cdot \ln\left|\frac{\sqrt{g} + p\sqrt{\frac{k}{m}}}{\sqrt{g} - p\sqrt{\frac{k}{m}}}\right| = t + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{m}{kg}} \cdot \ln\left|\frac{\sqrt{g} + v_0\sqrt{\frac{k}{m}}}{\sqrt{g} - v_0\sqrt{\frac{k}{m}}}\right| .$$

За допомогою елементарних перетворень визначимо $p = \frac{dx}{dt}$:

$$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{m}{kg}}\cdot\ln\left|\frac{\sqrt{g}+p\sqrt{\frac{k}{m}}}{\sqrt{g}-p\sqrt{\frac{k}{m}}}\right|-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{m}{kg}}\cdot\ln\left|\frac{\sqrt{g}+v_0\sqrt{\frac{k}{m}}}{\sqrt{g}-v_0\sqrt{\frac{k}{m}}}\right|=t\,,$$

$$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{m}{kg}}\cdot\ln\left|\frac{\dfrac{\sqrt{g}+p\sqrt{\frac{k}{m}}}{\sqrt{g}-p\sqrt{\frac{k}{m}}}}{\dfrac{\sqrt{g}+v_0\sqrt{\frac{k}{m}}}{\sqrt{g}-v_0\sqrt{\frac{k}{m}}}}\right|=t\,,$$

$$\frac{\sqrt{g}+p\sqrt{\frac{k}{m}}}{\sqrt{g}-p\sqrt{\frac{k}{m}}}=\frac{\sqrt{g}+v_0\sqrt{\frac{k}{m}}}{\sqrt{g}-v_0\sqrt{\frac{k}{m}}}\cdot e^{2t\sqrt{\frac{kg}{m}}}\,,$$

$$p=\frac{dx}{dt}=\sqrt{\frac{mg}{k}}\cdot\frac{\left(\sqrt{g}+v_0\sqrt{\frac{k}{m}}\right)e^{t\sqrt{kg/m}}-\left(\sqrt{g}-v_0\sqrt{\frac{k}{m}}\right)e^{-t\sqrt{kg/m}}}{\left(\sqrt{g}+v_0\sqrt{\frac{k}{m}}\right)e^{t\sqrt{kg/m}}+\left(\sqrt{g}-v_0\sqrt{\frac{k}{m}}\right)e^{-t\sqrt{kg/m}}}\,.$$

Інтегруючи, одержимо загальний розв’язок

$$x(t)=\frac{m}{k}\cdot\ln\left|\left(\sqrt{g}+v_0\sqrt{\frac{k}{m}}\right)e^{t\sqrt{kg/m}}+\left(\sqrt{g}-v_0\sqrt{\frac{k}{m}}\right)e^{-t\sqrt{kg/m}}\right|+C_2\,.$$

Використовуючи початкову умову: $x=x_0$ при $t=0$, знаходимо C_2:

$$x_0=\frac{m}{k}\cdot\ln 2\sqrt{g}+C_2\,,\quad C_2=x_0-\frac{m}{k}\cdot\ln 2\sqrt{g}\,.$$

Остаточно записуємо частинний розв’язок диференціального рівняння (5):

$$x(t)=\frac{m}{k}\cdot\ln\left|\left(\sqrt{g}+v_0\sqrt{\frac{k}{m}}\right)e^{t\sqrt{kg/m}}+\left(\sqrt{g}-v_0\sqrt{\frac{k}{m}}\right)e^{-t\sqrt{kg/m}}\right|+x_0-\frac{m}{k}\cdot\ln 2\sqrt{g}\,,$$

$$x(t)=\frac{m}{k}\cdot\ln\left|\frac{1}{2}\left(e^{t\sqrt{kg/m}}+e^{-t\sqrt{kg/m}}\right)+v_0\sqrt{\frac{k}{mg}}\frac{1}{2}\left(e^{t\sqrt{kg/m}}-e^{-t\sqrt{kg/m}}\right)\right|+x_0\,,$$

$$x(t)=\frac{m}{k}\cdot\ln\left|\operatorname{ch} t\sqrt{kg/m}+v_0\sqrt{\frac{k}{mg}}\cdot\operatorname{sh} t\sqrt{kg/m}\right|+x_0\,.$$

Приклад 4. На середину пружної балки з закріпленими кінцями з висоти h=0,1*м* падає тягар. Статичний прогин балки під тягарем $\delta_{ст}=1\cdot10^{-3}$*м*. Визначити рівняння руху тягара разом із балкою, вважаючи пружну силу балки пропорційною її прогину й нехтуючи вагою балки. Вісь направити вниз із положення статичної рівноваги балки.

Розв'язання. Розглянемо рух тягаря на балці. На тягар діють дві сили:

P – вага тягаря, $F=c\Delta f$ – пружна сила.

Обираємо початок координат таким чином, щоб він співпадав з положенням статичної рівноваги тягаря, тоді $F=c(\delta_{cm}+x)$. При x=0 $P=F=c\delta_{cm}$.

Тоді диференціальне рівняння руху тягаря має вигляд:

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=\sum F_x=P-F=P-c(\delta_{cm}+x)=-cx,$$

або

$$\frac{d^2x}{dt^2}=-\frac{c}{m}x. \tag{7}$$

Таке рівняння є лінійним однорідним диференціальним рівнянням другого порядку зі сталими коефіцієнтами. Для знаходження загального розв'язку рівняння (7) складаємо характеристичне рівняння

$$k^2=-\frac{c}{m},$$

корні якого є комплексно-спряженими числами

$$k_{1,2}=\pm i\cdot\sqrt{\frac{c}{m}}.$$

Тоді загальний розв'язок рівняння (7) має вигляд:

$$x=C_1\cos t\sqrt{\frac{c}{m}}+C_2\sin t\sqrt{\frac{c}{m}},$$

$$\sqrt{\frac{c}{m}}=\sqrt{\frac{P}{m\delta_{cm}}}=\sqrt{\frac{mg}{m\delta_{cm}}}=\sqrt{\frac{g}{\delta_{cm}}}=\sqrt{9800}=70\sqrt{2}.$$

Для знаходження сталих C_1, C_2 використовуємо початкові умови:

1) при t=0 $\frac{dx}{dt}=v_0=\sqrt{2gh}=\sqrt{2\cdot 9.8\cdot 0.1}=1.4$;

2) при t=0 $x=x_0=-\delta_{cm}=-1\cdot 10^{-3}$.

Знайдемо $\frac{dx}{dt}$:

$$\frac{dx}{dt}=-C_1\sqrt{\frac{c}{m}}\sin t\sqrt{\frac{c}{m}}+C_2\sqrt{\frac{c}{m}}\cos t\sqrt{\frac{c}{m}}.$$

Із першої початкової умови маємо: $x'(0)=1.4=C_2 70\sqrt{2}$, звідки $C_2=\sqrt{2}\cdot 10^{-2}$.

Із другої початкової умови визначаємо: $x(0)=-1\cdot 10^{-3}=C_1$.

Рівняння руху тягаря разом із балкою має вигляд:

$$x=-1\cdot 10^{-3}\cos\left(t\,70\sqrt{2}\right)+\sqrt{2}10^{-2}\sin\left(t\,70\sqrt{2}\right).$$

Застосуємо відому із курсу тригонометрії формулу:

$$a\cos\alpha + b\sin\alpha = \sqrt{a^2+b^2}\,\sin(\alpha+\varphi),$$

де $tg\varphi = \dfrac{a}{b}$.

У нашому випадку

$$\sqrt{a^2+b^2} = \sqrt{(-1\cdot 10^{-3})^2 + (\sqrt{2}\cdot 10^{-2})^2} \approx 1.42\cdot 10^{-2},$$

$$tg\varphi = \frac{-1\cdot 10^{-3}}{\sqrt{2}\cdot 10^{-2}} = -0.0707, \quad \varphi = -0.07,$$

Отже, остаточно рівняння руху тягара набуває вигляд:

$$x(t) = 1.42\cdot 10^{-2}\sin\left(70\sqrt{2}t - 0.07\right).$$

Приклад 5. Тягар вагою 2.45 Н підвішений до пружини, коефіцієнт жорсткості якої становить c=100 Н/м. На нього діє вертикальна сила F=1.8·sin 16t. Визначити рівняння вимушених коливань тягара.

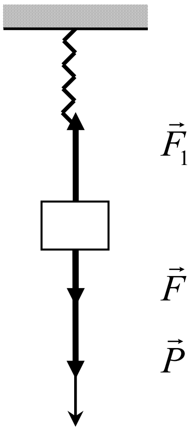

Рисунок 4 – Тягар, підвішений до пружини

Розв'язання. Складаємо диференціальне рівняння руху тягара:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = P - F_1 + F$$

де P – вага тягаря, $F_1 = c(\delta_{cm} + x)$ – пружна сила, F – вертикальна сила (рисунок 4). При x=0: $P = F_1 = c\delta_{cm}$, тоді диференціальне рівняння після перетворень набуває вигляд:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{c}{m}x = \frac{1.8}{m}\sin 16t,$$

або

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{cg}{P}x = \frac{1.8g}{P}\sin 16t,$$

$$\left(\frac{cg}{P} = \frac{100\cdot 9.8}{2.45} = 400; \quad \frac{1.8g}{P} = \frac{1.8\cdot 9.8}{2.45} = 7.2\right).$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 400x = 7.2\sin 16t. \qquad (8)$$

Рівняння (8) є лінійним неоднорідним диференціальним рівнянням другого порядку із спеціальною правою частиною.

Корні характеристичного рівняння $k^2+400=0$ лінійного однорідного диференціального рівняння $x''+400x=0$, що відповідає рівнянню (8), дорівнюють: $k_{1,2}=\pm 20i$, $k_1=20i$, $k_2=-20i$.

Будемо визначати частинний розв'язок неоднорідного диференціального рівняння (8) у вигляді:

$$X=A\cos 16t+B\sin 16t.$$

Застосовуючи метод невизначених коефіцієнтів, підставимо $X=A\cos 16t+B\sin 16t$ в рівняння (8). Для цього знайдемо X' і X'':

$$X' = -16A\sin 16t + 16B\cos 16t,$$

$$X'' = -256A\cos 16t - 256B\sin 16t.$$

Після підстановки в диференціальне рівняння (8) одержимо:

$$-256A\cos 16t - 256B\sin 16t + 400A\cos 16t + 400B\sin 16t = 7.2\sin 16t\,,$$

або

$$144A\cos 16t + 144B\sin 16t = 7.2\sin 16t\,. \qquad (9)$$

Прирівняємо коефіцієнти в лівій та правій частинах рівняння (9) при $\cos 16t$ і $\sin 16t$:

$\cos 16t$	$144A=0$
$\sin 16t$	$144B=7.2$

Для знаходження A і B одержуємо систему рівнянь

$$\begin{cases} 144A = 0, \\ 144B = 7.2. \end{cases}$$

Із першого рівняння системи одержуємо, що $A=0$, із другого – $B=0.05$.

Тому рівняння вимушених коливань має вигляд: $X=0.05\cdot\sin 16t$.

Звичайно, наведені приклади є лише невеликим переліком із всього «арсеналу» задача механіки, для розв'язку яких застосовують теорію диференціальних рівнянь. Але вони дозволяють продемонструвати основні прикладні аспекти, що неодмінно пов'язують зміст математичної освіти та дисциплін професійного спрямування в сучасному закладі вищої освіти [2].

Висновки.

Підбиваючи підсумок, можна зробити висновок про те, що складність математичних моделей механіки полягає в синтезі фізичних, геометричних та інших характеристик механічних процесів. Це призводить до необхідності застосовувати математичну теорію в усій її різноманітності. В одних випадках для знаходження розв'язку моделі достатньо застосовувати існуючі методи а в інших – потрібна розробка нового математичного апарату.

Литература:

1. Аршава, О.О. Методичний підхід до розробки проблемної лекції на тему: «Диференціальне числення». // SWorldJournal. Issue №7, Part 4. – P. 28-36.

2. Прикладна механіка: навчальний посібник / Ю.А. Отрош, Д.О. Ступак, С.В. Поздєєв. – Черкаси: АПБ, 2013. – 164 с.

Abstract. *The implementation of interdisciplinary integration of higher mathematics and theoretical mechanics is an urgent problem of the modern technical university. It is this approach in teaching academic disciplines that ensures the relationship between them both at the level of theoretical knowledge and at the level of various types of practical activities.*

The article deals with the implementation of interdisciplinary integration of higher mathematics and theoretical mechanics in the system of higher education. An analysis of the applied component of the theory of differential equations is carried out when compiling a model of mechanical processes and methods for solving such models. Examples of mathematical models of some classical problems in mechanics are given. When solving such models, special attention is paid to the theoretical aspects of mathematical education as a factor in the formation of the foundation of interdisciplinary relations.

Key words: *differential equations, mathematical models of mechanical processes, horizontal beam, chain line, forced vibrations.*

Стаття відправлена: 16.01.2022 р.