



УДК 681.514

**DEVELOPMENT OF A MATHEMATICAL MODEL FOR ENERGY
EFFICIENCY OF A CENTRIFUGAL PUMP
ПОБУДОВА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЕНЕРГОЕФЕКТИВНОСТІ
ВІДЦЕНТРОВОГО НАСОСА**

Lahoida A. / Лагойда А.І.*k.t.s. / к.т.н.*

ORCID: 0000-0002-0862-7786

Kostyshyn A. / Костишин А.В.*Aspirant / аспірант*

ORCID: 0009-0001-4494-077X

Lahoida L. / Лагойда Л.І.

ORCID: 0000-0002-2328-8276

Kostyshyn S. / Костишин С.В.*Aspirant / аспірант*

ORCID: 0009-0008-8898-2657

*Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas,**Ivano-Frankivsk, Karpatska, 15, 76019**Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу,**Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, 76019*

Анотація. Відцентрові насоси є ключовими компонентами в гідротехнічних системах та промислових процесах, де важливо забезпечити перекачування рідини між різними точками. Для досягнення найкращої продуктивності та надійності роботи відцентрових насосів важливо мати математичну модель, яка дозволяє аналізувати їх характеристики та робочі режими. У цій статті розглядається математична модель відцентрового насоса, його робочі характеристики та аспекти надійності в різних робочих режимах.

Ключові слова: відцентровий насос, математична модель, робочі характеристики, надійність, робочі режими, витратне навантаження.

Вступ.

Асинхронні двигуни (АД) відіграють критичну роль у сучасних технологіях та інфраструктурі, і до 70% усієї споживаної енергії припадає саме на них. Зниження частоти живлення може відзначитися значними змінами у роботі асинхронних двигунів. Важливо враховувати, що передбачуваний режим роботи, коли напруга залишається сталою, а частота змінюється, є винятком з класичних законів регулювання швидкості двигуна.

Ця стаття зосереджується на аналізі процесів, які відбуваються в асинхронних двигунах при такому режимі роботи. Особливу увагу слід звернути на вимушене зниження частоти живлення, яке може мати значний вплив на параметри двигуна. Розглянемо як змінюються механічні характеристики асинхронних двигунів та їхні режими роботи в умовах зниженої частоти.

На першому етапі ми розглянемо вплив зміненої частоти на магнітний потік та крутний момент асинхронного двигуна. Далі буде проведений якісний аналіз зміни параметрів асинхронних двигунів при зниженій частоті живлення. Для цього ми використаємо вирази для максимальної електромагнітної потужності та критичного ковзання.

Ця стаття допоможе глибше зрозуміти зміни, які відбуваються в



асинхронних двигунах при зниженій частоті живлення, та їхні наслідки для ефективності та стійкості роботи. Враховуючи ці аспекти, ми зможемо розробляти оптимальні стратегії експлуатації та управління асинхронними двигунами в умовах зміненої частоти живлення.

Основний текст.

Відцентрові насоси (ВН) відіграють ключову роль у гідротехнічних системах та промислових процесах, де вимагається перекачування рідини з одного місця в інше. Для ефективного використання відцентрових насосів важливо мати розуміння їх характеристик та робочих режимів. Математична модель ВН грає важливу роль у прогнозуванні та аналізі цих параметрів.

Одним із ключових параметрів роботи відцентрового насоса є напір, він визначає висоту підняття рідини та її тиск у системі. Інший важливий параметр - витрата рідини, яка визначає об'єм рідини, який насос перекачує за одиницю часу. Крім того, коефіцієнт корисної дії (ККД) відображає ефективність роботи насоса та його витрату енергії.

Робота відцентрового насоса у різних витратних режимах може впливати на його надійність. Важливо розглядати роботу насоса на трьох робочих зонах:

Для оцінки надійності відцентрових насосів використовують теорію ймовірності та математичну статистику. Аналіз надійності базується на статистичних даних про відмови в різних умовах експлуатації та може включати розрахунки показників надійності, таких як віброшвидкість.

Для визначення механічних характеристик електродвигуна скористаємося відомим виразом для максимальної електромагнітної потужності. При змінюваних параметрах електроенергії вона представляється таким виразом:

$$P_{am} = \frac{k_u^2}{k_f} \cdot \frac{u_H^2}{2C_1 \left[\frac{R_1}{k_f} + \sqrt{\left(\frac{R_1}{k_f} \right)^2 + x_k^2} \right]} = \frac{k_u^2}{k_f} \cdot (P_{am})_H, \quad (1)$$

де k_u , k_f відносні напруга і частота.

Внаслідок невеликих значень R_1 покладемо $\frac{R_1}{k_f} \approx R_1$. На підставі виразу (1)

отримаємо формулу для кратності максимального моменту:

$$K_m = \frac{M_m}{M_H} = \frac{P_{am}}{k_f P_{aH}} \approx \frac{k_u^2}{k_f^2} \cdot \frac{(P_{am})_H}{P_{aH}} = K_{mH} \frac{k_u^2}{k_f^2}. \quad (2)$$

де K_{mH} - кратність максимального моменту в номінальному режимі.

Нехтуючи активним опором обмотки, отримуємо вираз:

$$S_k \approx \frac{S_{kH}}{k_f}, \quad (3)$$

де S_{kH} - критичне ковзання в номінальному режимі.

Таким чином, на підставі формули Клосса і співвідношень (2) і (3) отримуємо вираз для відносного моменту при змінюються параметрах мережі:



$$M^* = \frac{M}{M_H} = \frac{2K_{mH} \frac{k_u^2}{k_f^2}}{\frac{S_{kH}}{K_{fS}} + \frac{K_{fS}}{S_{kH}}} \quad (1.4)$$

Проаналізуємо, яким чином зміниться робота АД в передбачуваних умовах з точки зору перевантажувальної здатності і стійкості на робочій ділянці механічної характеристики. З формули (2) випливає, що кратність максимального моменту обернено пропорційна квадрату відносної частоти і прямо пропорційна квадрату відносного напруги, тобто при роботі з номінальною напругою мережі і зниженій частоті перевантажувальна здатність збільшується.

Для визначення характеру зміни жорсткості робочої ділянки характеристики, яка характеризує стійкість, необхідно з (4) отримати вираз для частоти обертання двигуна в залежності від моменту. Для цього необхідно використовувати вираз ковзання S для будь-якого значення частоти:

$$S = 1 - \frac{n}{n_0 \cdot k_f}, \quad (5)$$

де n_0 - синхронна частота обертання при номінальній частоті.

Тоді:

$$n = \frac{1}{2M^{*2}k_f^2} \left(2M^*k_f^3n_0 - 2K_{mH}k_u^2S_{kH}n_0 + \right. \\ \left. + 2\sqrt{K_{mH}^2k_u^2S_{kH}^2n_0 - M^{*2}k_f^4S_{kH}^4n_0^2} \right) \quad (6)$$

Отримана формула носить назву зворотної формули Клосса і може бути використана для комп'ютерного розрахунку механічної характеристики АД на робочому ділянці.

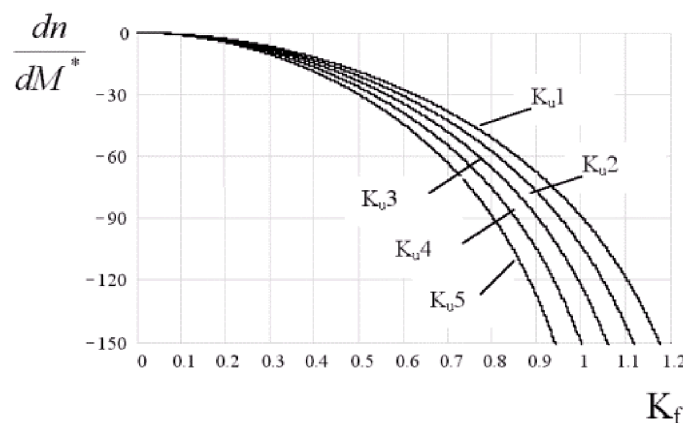


Рис. 1 Залежність похідної від параметрів мережі: $K_{u1} = 1$; $K_{u2} = 0,95$; $K_{u3} = 0,9$; $K_{u4} = 0,85$; $K_{u5} = 0,8$

Математично жорсткість робочої ділянки характеристики визначається похідною $\frac{dn}{dM^*}$. На рисунку 1 наведені графіки залежності похідної від відносної



частоти при різних значеннях напруги.

З графіка видно, що при $k_u = k_f$ жорсткість робочого ділянки характеристики не змінюється. За умови $k_u < k_f$ жорсткість збільшується, при $k_u > k_f$ зменшується, тобто в передбачуваному режимі роботи зі зниженням частоти буде підвищуватися не тільки перевантажувальна здатність, але і стійкість роботи АТ.

Як вже зазначалося вище, робота двигуна при обраному законі регулювання буде залежати не тільки від параметрів мережі, але і від заводських характеристик самого двигуна. Для оцінки сукупності цих факторів скористаємося поняттям коефіцієнта опору:

$$K_c = \frac{M_m}{M_c} = \frac{K_{mH}}{M_c^*} \cdot \frac{k_u^2}{k_f^2}, \quad (7)$$

де M_c^* - відносний момент опору на валу двигуна.

Формула (6) не зручна для практичних розрахунків, тому для визначення продуктивності механізмів, використовуючи (7) з формули (4), отримуємо більш простий вираз для ковзання:

$$S = \frac{S_{kH}}{k_f(K_c + \sqrt{K_c^2 - 1})}. \quad (8)$$

На підставі (8) з урахуванням того, що $K_c > 2$, отримуємо вираз для частоти обертання двигуна:

$$n_2 = n_1(1 - S) = k_f n_0 \left(1 - \frac{S_{kH}}{2K_c k_f}\right).$$

При визначенні електричних параметрів електродвигуна важливу роль відіграє, яким чином враховується намагнічування машини. Відомо, що при збільшенні магнітного потоку зростає струм намагнічування I_0 , характеристикою цього процесу є крива намагнічування, або характеристика холостого ходу машини. Характеристики холостого ходу, побудовані у відносних одиницях для різних електродвигунів звичайного виконання, збігаються. Для розрахунків скористаємося характеристикою холостого ходу, наведеної на рис. 2.

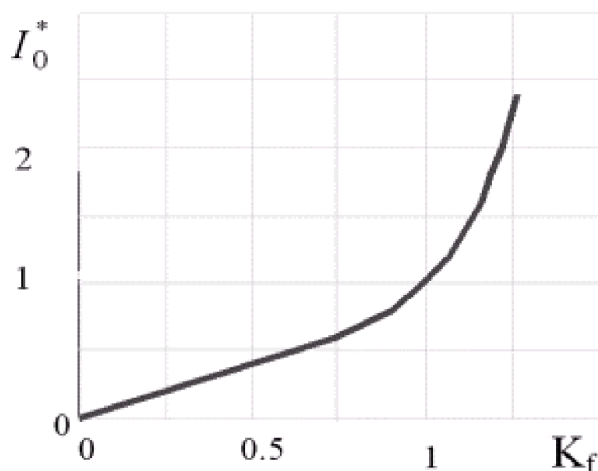


Рис. 2 Крива намагнічування



Для зручності розрахунків характеристик АД на ПЕОМ дану криву необхідно представити у вигляді інтерполяційного многочлена. З достатньою точністю в області "коліна" вихідна крива апроксимується многочленом 4-го ступеня. На підставі розрахунків отримано аналітичний вираз струму намагнічування електродвигуна:

$$I_0^* = 0.007379 - 1.6768 \cdot \left(\frac{K_u}{K_f}\right) + 10.4752 \cdot \left(\frac{K_u}{K_f}\right)^2 - 13.7962 \cdot \left(\frac{K_u}{K_f}\right)^3 + 5.8699 \cdot \left(\frac{K_u}{K_f}\right)^4. \quad (9)$$

Основним параметром асинхронного двигуна, що характеризує його енергетичні якості, є струм статора. Його можна представити у вигляді геометричної суми активної і реактивної складових:

- $I_{1a} = I_1 \cos \varphi_H = I_0 \cos \varphi_0 + I_2' \cos \varphi'$ - активна складова;
- $I_{1p} = I_1 \sin \varphi_H = I_0 \sin \varphi_0 + I_2' \sin \varphi'$ - реактивна складова.

Без урахування активних втрат холостого ходу, тобто якщо $\sin \varphi_0 \approx 1$, то:

$$I_1 = \sqrt{(I_0 \sin \varphi_0 + I_2' \sin \varphi')^2 + (I_0 \cos \varphi_0 + I_2' \cos \varphi')^2}. \quad (10)$$

Для визначення струмів двигуна необхідно визначити закон зміни кута зсуву фаз між струмом ротора і напругою мережі. Його можна визначити, користуючись схемою заміщення АД і виразом для ковзання через параметри схеми заміщення:

$$I_1 = \sqrt{(I_0 + I_2' \sin \varphi')^2 + (I_2' \cos \varphi')^2}. \quad (11)$$

На підставі (8):

$$\tan \varphi' \approx \frac{1}{K_c + \sqrt{K_c^2 - 1}}.$$

Користуючись відомими тригонометричними співвідношеннями, визначаємо:

$$\sin \varphi' = \frac{1}{\sqrt{2K_c(K_c + \sqrt{K_c^2 - 1})}}, \quad \cos \varphi' = \sqrt{\frac{K_c + \sqrt{K_c^2 - 1}}{2K_c}}. \quad (12)$$

У номінальних умовах струм ротора можна визначити, використовуючи параметри двигуна:

$$I_{2H}' = \frac{U_{1H}}{\sqrt{\left(r_1 + \frac{c_1 r_2'}{S_H}\right)^2 + x_k^2}}.$$

Нехтуючи активним опором статора, на підставі схеми заміщення з урахуванням (2а) можна визначити струм ротора в будь-якому режимі:

$$I_2' = I_{2H}' \cdot \frac{k_u}{k_f} \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{S_k}{S_H}\right)^2}{1 + \left(\frac{S_k}{K_f S}\right)^2}}.$$



З формули Клосса, з урахуванням (2а) і (8), отримуємо:

$$1 + \left(\frac{S_k}{S_H} \right)^2 = 2K_{mH} (K_{mH} + \sqrt{K_{mH}^2 - 1}) + \left(\frac{S_k}{K_f S} \right)^2 = 2K_c (K_c + \sqrt{K_c^2 - 1}). \quad (13)$$

З огляду на $\frac{K_{mH}}{K_c} = M_c^* \frac{k_f^2}{k_u^2}$, отримуємо вираз для струму ротора при змінюються параметрах мережі:

$$I'_2 = I'_{2H} = \sqrt{M_c^* \frac{K_{mH} + \sqrt{K_{mH}^2 - 1}}{K_c + \sqrt{K_c^2 - 1}}}. \quad (14)$$

Користуючись визначенням реактивної складової струму статора, отримуємо вираз для номінального значення струму ротора:

$$I'_{2H} \approx \frac{I_{1H} \cos \varphi_H}{\cos \varphi'}.$$

У номінальних умовах

$$I'_{2H} \approx I_{1H} \cos \varphi_H \sqrt{\frac{2K_{mH}}{K_{mH} + \sqrt{K_{mH}^2 - 1}}}. \quad (15)$$

Аналогічно можна отримати вираз для номінального значення струму намагнічування:

$$I_{0H} = I_{1H} \left(\sin \varphi_H - \frac{\cos \varphi_H}{K_{mH} + \sqrt{K_{mH}^2 - 1}} \right). \quad (16)$$

Для визначення струму намагнічування в неномінальних умовах необхідно скористатися аналітичним виразом струму намагнічування:

$$I_0 = I_0^* \cdot I_{0H} \sigma, \quad (17)$$

де I_0^* - розраховується за допомогою (9).

Підставляючи вирази (12) - (17) в (10), можна отримати вираз для розрахунку струму статора.

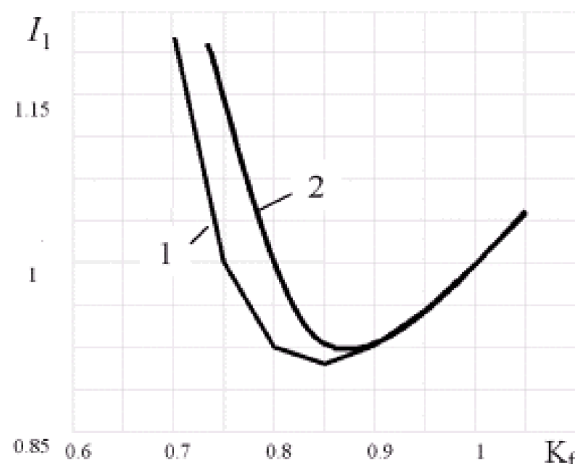


Рис. 3 Залежність струму двигуна від частоти



З рис. 4 видно, що при зниженні частоти на 20% при номінальному напрузі втрати в сталі зростають всього на 15%. Однак зростання втрат в сталі компенсується зниженням втрат в міді.

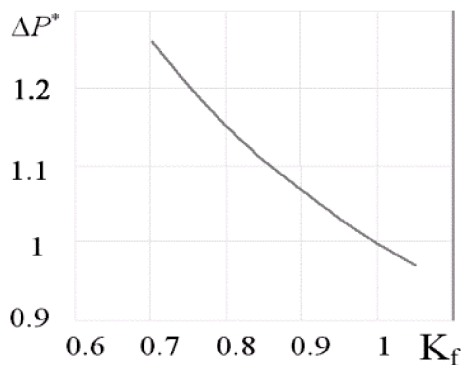


Рис. 4 Електричні втрати при регулюванні частоти

Таким чином, при вимушеному зниженні частоти живильної мережі до 80% асинхронний двигун може працювати в умовах більш легких, ніж в номінальному режимі, так як при такому зниженні частоти струм статора знижується до 90%, зменшуючи нагрів машини.

Для АД класу 4А3М-4000/6000 з ККД – 90% при номінальному режимі роботи який приводить в дію ВН НМ-7000-210.

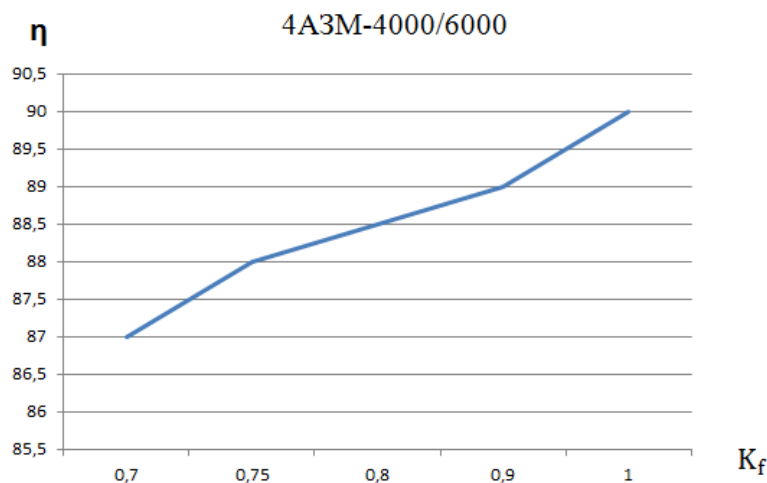


Рис. 5 Зміна ККД двигуна

На рисунку 5 зображено графіки залежності коефіцієнта корисної дії АД моделі 4А3М-4000/6000 при регулюванні зміною частоти в мережі.

Висновки.

Математична модель відцентрового насоса грає ключову роль у розумінні та аналізі його робочих характеристик та режимів. Розглянувши різні аспекти роботи відцентрових насосів, від ефективності до надійності, можна розробляти оптимальні стратегії експлуатації та підтримки цих важливих пристроїв у різних галузях.



Література:

1. Kostyshyn, V.S. and Kurlyak, P.O. (2015). “Simulation of performance characteristics of centrifugal pumps by the electro-hydrodynamic analogy method”, Journal of Hydrocarbon Power Engineering. Vol. 2, Issue1, p. 24-31.
2. Середюк М.Д. Шляхи підвищення ефективності та зменшення енерговитратності процесів транспортування та зберігання нафти і газу [Текст] / М.Д.Середюк, В.Я.Грудз // Нафтогазова енергетика. - Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2007. – №2(3). – С. 24-30.
3. Кутуков С.Е. Информационно-аналитические системы магистральных трубопроводов [Текст] / С.Е. Кутуков. - М.:СИП РИА, 2002.-324с.
4. Костишин В.С. Моделирование режимів роботи відцентрових насосів на основі електрогідравлічної аналогії. – Івано-Франківськ: Факел, 2000. –163 с.

Abstract. Centrifugal pumps are key components in hydraulic systems and industrial processes where the transfer of liquids between different points is essential. To achieve the best performance and reliability of centrifugal pumps, it is crucial to have a mathematical model that allows the analysis of their characteristics and operating modes. This article discusses the mathematical model of a centrifugal pump, its performance characteristics, and aspects of reliability in various operating modes.

Keywords: centrifugal pump, mathematical model, performance characteristics, reliability, operating modes, flow rate load.

Стаття відправлена: 11.09.2023 р.

© Лагойда А.І., Костишин А.В., Лагойда Л.І., Костишин С.В.