https://www.sworldjournal.com/index.php/swj/article/view/swj21-02-027
DOI: 10.30888/2663-5712.2023-21-02-027

УДК 532.5.011.1

PHYSICAL MODELING OF THE MOTION OF LIQUID WITH A FREE SURFACE IN A CONTAINER DURING REVERSE OF MASS FORCES

ФІЗИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ РІДИНИ ІЗ ВІЛЬНОЮ ПОВЕРХНІЮ В ЄМНОСТІ ПРИ РЕВЕРСІ МАСОВИХ СИЛ

Brunetkin O.I. / Брунеткін О.І.
d.t.s., prof. / д.т.н., проф.
ORCID: 0000-0002-6701-8737
Kurinko D. D. / Курінько Д. Д.
PhD candidate / здобувач PhD
Perfiliev D. S. / Перфільєв Д. С.
PhD candidate / здобувач PhD
ORCID: 0009-0004-5850-7426
Philippov E. G. / Філіппов Є. Г.
PhD candidate / здобувач PhD
ORCID: 0000-0002-9034-176X
Odesa Polytechnic National University Odesa, Shevchenko, 1, 65044
Національний університет «Одеська політехніка», Одеса, Шевченка, 1, 65044

Анотація. *Розглядається рух несжимаемой ньютонівської рідини, що має вільну поверхню при реверсі масових сил, в ємності, що не деформується. Демпфування слабке. Враховується можливість зміни характеру руху рідини залежно від крайових умов її поверхні. До них відносяться початкові умови у вигляді форми вільної поверхні та швидкості руху її елементів у напрямку дії поля масових сил. Одна з граничних умов визначається впливом поверхневого натягу (меніск) на форму вільної поверхні у процесі її руху. Визначаються умови моделювання.*

Ключові слова: *рідина, вільна поверхня, реверс масових сил, моделювання.*

Вступ.

Розглянутий характер зовнішнього на рідину з вільної поверхнею відсилає вирішуване завдання ефекту нестійкості Релея – Тейлора. У процесі обурення поля масових сил зміна форми вільної поверхні залежить вид її параметрів Початкова година. До них можна віднести форму вільної поверхні та швидкість руху її елементів у напрямку дії поля. Проведені експериментальні дослідження показали можливість розвитку одиночного центрального виступу (аналог «сосискової» форми) навіть за незбурненої (плоскої , нерухомої) в початковий момент поверхні. Причиною такої поведінки вільної поверхні є наявність меніска. Такого незначного спотворення плоскої, нерухомої поверхні виявилося достатньо розвитку осесиметричного руху рідини. Подальші експериментальні дослідження показали, що коливання поверхні з деякою малою амплітудою в початковий момент не виключає появи центрального виступу, хоча спотворює форму його розвитку . Поставлено завдання оцінки межі впливу на зміну форми вільної поверхні амплітуді її коливання за наявності меніска та визначення умов моделювання цього процесу.

Основний текст.

Рух рідини з непорушеною в початковий момент поверхнею визначається її кривизною, що надається поверхневим натягом. У цьому спостерігається осесиметрична картина розвитку руху рідини як центральної хвилі.

Були виконані експерименти, які мають якісний характер, у яких перед початком реверсу вільна поверхня рідини здійснювала коливальні рухи. У цьому випадку спостерігалося не осесиметричне розвиток руху рідини вздовж стінки ємності від піднятого краю вільної поверхні.

Для визначення між впливом початкової кривизни та колівань вільної поверхні, оцінимо поверхневу та кінетичну енергію колінь перед початком реверсу масових сил. Запишемо рівняння поверхневої енергії з урахуванням умів Дюпре -Юнга у вигляді:

$$\sigma\cdot\cos(\theta)\cdot(S_{см}-S_{см_0})+\sigma\cdot(S_{\Sigma}-S_{\Sigma_0})+ng\rho\int\limits_{S'_{\Sigma}}\frac{\eta^2}{2}d(S)=0; \qquad (1)$$

$$\sigma\cdot\cos(\theta)=\sigma_1-\sigma_2,$$

де S'_{Σ} – проекція вільної поверхні на площину, перпендикулярну до осі ємності;

$S_{см}, S_{см_0}$ – площа змоченої поверхні ємності;

S_{Σ}, S_{Σ_0} – площа вільної поверхні;

η – координата вільної поверхні щодо її мінімального рівня;

$\sigma, \sigma_1, \sigma_2$ – коефіцієнти поверхневого натягу на межі газ-рідина, газ-стінка, рідина-стінка;

θ – кут змочування;

ρ – щільність рідини;

n – перевантаження;

$g=9.8\ ^{м}/_{c^2}$

У довго змоченої поверхні $\theta = 5^{\circ}$. Для верхньої оцінки покладемо $\theta=0$ або $\cos(\theta)=1$. При $n=0$ вільна поверхня трансформується у сферу з обсягом , що дорівнює вільному об'єму, і вся поверхня ємності змочена. При $n=1$ і більше вільну поверхню можна вважати плоскою. Ці припущення дозволяють розрахувати $S_{см}, S_{см_0}, S_{\Sigma}, S_{\Sigma_0}$ та визначити запасену енергію. Для циліндричної ємності з плоскими днищами

$$\Delta E=\sigma\cdot 2\pi\cdot R\cdot c; \qquad (2)$$

$$c=a\cdot(1-\overline{h})+2\cdot\sqrt[3]{(\tfrac{3}{4}\cdot a\cdot(1-\overline{h}))^2}; \qquad a=H/R; \quad \overline{h}=h/H, \qquad (3)$$

де R – радіус ємності ;

H – висота ємності ;

h – висота столба рідини .

Кінетичну енергію рідини, що коливається, можна оцінити використовуючи метод інтегральних коефіцієнтів [1]. Для циліндричної ємності:

$$\Delta K=2\rho\cdot 4V_{\max}^2\cdot(0.3)^2\cdot\frac{\pi}{6}\cdot R^3, \qquad (4)$$

де V_{max} – максимальна швидкість рідини біля стінки ємності .

Записуючи ставлення кінетичної енергії колівань до поверхневої енергії, отримаємо:

$$N = \frac{\Delta K}{\Delta E} = 0.06 \cdot \frac{W_e}{c}; \tag{5}$$

$$W_e = \frac{V_{\max}^2 \cdot \rho \cdot R}{\sigma}, \tag{6}$$

де We - Число Вебера.

При $N > 10$ переважає енергія коливань, за $N < 0.1$ переважає поверхнева енергія і визначальним фактором руху в початковий момент є кривизна вільної поверхні.

Запишемо кутову частоту коливань рідини у ємності у вигляді [1]:

$$\omega = \sqrt{\frac{n \cdot g}{R}} \cdot \sqrt{\bar{h}_{эф}} \cdot k_\omega. \tag{7}$$

При $h > R$ слід $\bar{h}_{эф}\omega = 1$. Коефіцієнт $k_\omega < 1.6$ для всіх випадків положення поздовжньої осі циліндричної ємності та впливу навантаження. Пологі, що вільна поверхня рідини при коливаннях залишається плоскою, $V_{\max}$ можна записати в наступному вигляді:

$$V_{\max} = R \cdot tg(\gamma) \cdot \sqrt{\frac{ng}{R}} \cdot 1.6, \tag{8}$$

де γ - Кутова амплітуда коливань.

З (5), (6), (8) отримаємо:

$$tg(\gamma) = 2.55 \cdot \sqrt{\frac{N \cdot c \cdot \sigma}{R^2 \cdot ng \cdot \rho}} = 2.55 \cdot \sqrt{N \frac{c}{Bo}}, \tag{9}$$

де Bo – число Бонд.

Задаючи N можна визначити граничну величину кутової амплітуди коливань вільної поверхні рідини, при якій розвиток руху рідини при реверсі поля масових сил надає переважний вплив початкова кривизна вільної поверхні або кінетична енергія коливань. З (9) випливає, що $tg(\gamma) \sim {}^1\!/_R$. Таким чином, проявляється масштабний ефект при моделюванні.

Визначення масштабів фізичного моделювання, що нормують для знерозмірювання змінних у математичній моделі, проведемо відповідно до [2]. Використовуючи метод оцінки суттєвості окремих членів рівнянь, можна показати, що для більшості аналізованих ємностей і параметрів процесів, що протікають вплив в'язкості рідини і сил поверхневого натягу несуттєво. У цьому випадку математична модель у циліндричних координатах запишеться у вигляді:

- Рівняння Ейлера

$$\frac{\partial(V_r)}{\partial t}+V_r\frac{\partial(V_r)}{\partial r}+\frac{V_\varphi}{r}\cdot\frac{\partial(V_r)}{\partial\varphi}-\frac{V_\varphi^2}{r}+V_z\cdot\frac{\partial(V_r)}{\partial z}=$$
$$n_x g\cdot\cos(\varphi)+n_y g\cdot\sin(\varphi)-\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial P}{\partial r}\ ;$$

$$\frac{\partial(V_\varphi)}{\partial t}+V_r\frac{\partial(V_\varphi)}{\partial r}+\frac{V_\varphi}{r}\cdot\frac{\partial(V_\varphi)}{\partial\varphi}+\frac{V_r\cdot V_\varphi}{r}+V_z\cdot\frac{\partial(V_\varphi)}{\partial z}= \qquad (10)$$
$$-n_x g\cdot\sin(\varphi)+n_y g\cdot\cos(\varphi)-\frac{1}{\rho}\cdot\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial P}{\partial\varphi}\ ;$$

$$\frac{\partial(V_z)}{\partial t}+V_r\frac{\partial(V_z)}{\partial r}+\frac{V_\varphi}{r}\cdot\frac{\partial(V_z)}{\partial\varphi}+V_z\cdot\frac{\partial(V_z)}{\partial z}=n_z g-\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial P}{\partial z}\ .$$

Рівняння нерозривності:

$$\frac{\partial(V_r)}{\partial r}+\frac{V_r}{r}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial(V_\varphi)}{\partial\varphi}+\frac{\partial(V_z)}{\partial z}=0.$$

Початкові умови:

$$V_r=V_\varphi=V_z\big|_{t=0}=0.$$

Граничні умови:

$$V_r\big|_{r=R}=V_z\big|_{z=0}=V_\varphi\big|_{\varphi=\pi\cdot n}=0\,.$$

Кінематична гранична умова на вільній поверхні:

$$\frac{d\eta}{dt}=\frac{\partial\eta}{\partial t}+V_r\cdot\frac{\partial\eta}{\partial r}+\frac{V_\varphi}{r}\cdot\frac{\partial\eta}{\partial\varphi}.$$

Динамічна гранична умова на вільній поверхні: $P=0$

Нормалізуючі множники для знерозмірювання змінних відповідно до [2] мають такий вигляд:

$$V_r^\Delta=(n_z gR)^{1/2}\,,\qquad z^\Delta=R\,,$$
$$V_\varphi^\Delta=(n_z gR)^{1/2}\,,\qquad t^\Delta=(R/n_z g)^{1/2}\,,$$
$$V_z^\Delta=(n_z gR)^{1/2}\,,\qquad (n_x g)^\Delta=n_z g\,, \qquad (11)$$
$$P^\Delta=(n_z gR\rho)\,,\qquad (n_y g)^\Delta=n_z g\,,$$
$$r^\Delta=R\,.$$

Варіюючи масштабами величин $n_z g, R, \rho$ можна одержати масштаби моделювання інших величин.

Покладемо $\mu=a/a^*$,

де μ – масштаб моделювання,

a – величина на моделі,

a^* – величина на натурному об'єкті.

Взявши модельну ємність, радіус якої в 10 разів менше, ніж у натурної, моделюючи, наприклад, азотну кислоту та НДМГ водою, варіюючи масштаби навантаження, отримаємо такі масштаби моделювання (таблиця 1):

Таблиця 1 - Масштаби моделювання

$n_z g$	1	1	1/10	1/10
R	1/10	1/10	1/10	1/10
ρ	1/1.44	1/0.79	1/ 0.79	1/1.44
V_r	$\sqrt{1/10}$	$\sqrt{1/10}$	1/10	1/10
V_φ	$\sqrt{1/10}$	$\sqrt{1/10}$	1/10	1/10
V_z	$\sqrt{1/10}$	$\sqrt{1/10}$	1/10	1/10
P	0.0695	0.127	0.0127	0.00698
r	1/10	1/10	1/10	1/10
z	1/10	1/10	1/10	1/10
t	$\sqrt{1/10}$	$\sqrt{1/10}$	1	1
$n_x g$	1	1	1/10	1/10
$n_y g$	1	1	1/10	1/10

Висновки. Отримані результати показують, що у випадку, коли модельна ємність менша за натурну, зменшення модельного навантаження може призвести до труднощів при вимірі динамічних навантажень, що виникають (змін тиску). При рівних модельних та натурних навантаженнях зменшується час дії навантажень при моделюванні. І тут можуть виникнути проблеми відтворення циклограми навантаження при короткочасному реверсі масових сил. У всіх випадках необхідно враховувати можливість прояву масштабного ефекту.

Література:

1. Максимов, М.В. Визначення власної частоти коливань рідини із вільною поверхнею в ємностях складних форм / М.В. Максимов, А.І. Брунеткін, Т.С. Добровольська // Вісник Національного технічного університету "ХПІ". Сер. : Математичне моделювання у техніці та технологіях . - 2012. - № 27. - С. 134-143.

2. Брунеткін А.І., Максимов М.В. Зниження мірності простору моделювання шляхом приведення математичної моделі до автомодельного за критеріями. // Праці Одеського політехнічного університету, віп. 2(36), 2011, с. 234 -242.

Abstract. *The movement of an incompressible Newtonian fluid, which has a free surface during the reversal of mass forces, in a non-deformable container is considered. Damping is weak. The possibility of changing the nature of the movement of the liquid depending on the boundary conditions of its surface is taken into account. These include the initial conditions in the form of the shape of the free surface and the speed of movement of its elements in the direction of action of the field of mass forces. One of the boundary conditions is determined by the influence of surface tension (meniscus) on the shape of the free surface during its movement. Simulation conditions are defined.*

Key words: *liquid, free surface, reversal of mass forces, modeling*

Статтю надіслано: 19.09.2023 р.

© Брунеткін О.І.