https://www.sworldjournal.com/index.php/swj/article/view/swj24-00-033
DOI: 10.30888/2663-5712.2024-24-00-033

УДК 519.866

METHODOLOGY AND ALGORITHM FOR DECISION-MAKING IN CONDITIONS OF RISK AND UNCERTAINTY

МЕТОДИКА ТА АЛГОРИТМ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ РИЗИКУ ТА НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

Mormul M. F. / Мормуль М. Ф.
c.t.s., as.prof. / к.т.н., доц.
ORCID: 0000-0002-8036-3236
University of Customs and Finance
Dnipro, str. Volodymyr Vernadsky 2/4, 49000
Університет митної справи та фінансів
Дніпро, вул. Володимира Вернадського2/4, 49000
Shchytov D. M. / Щитов Д. М.,
Ph.D. / к.е.н.
ORCID: 0000-0003-4306-8016
Dnipro Faculty of Management and Business
of the Kyiv University of Culture, str. Mykhailo Hrushevskyi, 9, 49000
Дніпровський факульт ет менедж мент у т а бізнесу
Київського університ ет у культ ури, вул. Михайла Грушевського, 9, 49000
Shchytov O. M. / Щитов О. М.
c.ph.-m.s., as.prof. / к.ф.-м.н., доц.
ORCID: 0000-0002-1435-2918
EC-Lyceum No. 100, Dnipro square Uspenska 1, 49000
ліцей № 100, Дніпро, пл. Успенська 1, 49000

Анотація. *Проведена систематизація критеріїв прийняття рішень в умовах ризику та невизначеності та досліджено умови і доцільність їх застосування. Проведена практична реалізація наведеної методики прийняття рішень в умовах ризику та невизначеності. Розглянута методика була апробована з використанням комп'ютерних технологій, показала свою ефективність і має велике практичне значення при прийнятті ефективних управлінських рішень у різних галузях народного господарства та підприємницькій діяльності.*

Ключові слова: *ризик, невизначеність, критерії, статистичні ігри, прийняття рішень.*

Вступ.

Актуальність теми. Для забезпечення економічної безпеки держави є прийняття ефективних управлінських рішень у виробництві, маркетингу, аналізі та аудиті, фінансах, інвестиціях, митній справі, управлінні персоналу, техніці, інформаційних технологіях а також оцінки ефективності функціонування систем: підприємств, фірм, робітників, техніки, інформації тощо. Для підвищення економічного потенціалу держави в умовах економічної нестабільності, яка характерна для ринкової економіки, є прийняття ефективних науково обґрунтованих управлінських рішень щодо покращення діяльності суб'єктів господарювання. Рішення приймаються в чотирьох можливих умовах: 1) детерміновані ситуації, коли відомі відповідні варіанти, які настануть після прийняття різних рішень; 2) прийняття рішень в умовах ризику, коли кожна дія може привести до одного з кількох можливих варіантів з відповідною ймовірністю; 3) вибір рішення в умовах повної невизначеності, коли відомі наслідки від прийняття рішень, але ж не відомі ймовірності, з якими вони настануть; 4) прийняття рішень в умовах протидії. Реальні процеси найчастіше відбуваються в умовах невизначеності, ризику та протидії, де результати аналізу не мають такої чіткості та однозначності, як для задач в умовах повної визначеності. Проте отримані рекомендації виявляються корисними при виборі рішення, оскільки вони дають можливість з різних точок зору обґрунтувати варіанти рішення, що приймаються. Актуальність роботи обумовлена необхідністю розробки методики прийняття рішень в умовах ризику та невизначеності. Проведена практична реалізація наведеної методики з використанням комп’ютерних технологій.

Мета та завдання дослідження: систематизація критеріїв прийняття рішень в умовах ризику та невизначеності та їх застосування.

Об’єктом дослідження є процеси, які відбуваються в умовах ризику та невизначеності. Предмет дослідження – прийняття рішень в умовах ризику та невизначеності.

Для досягнення поставленої мети використані наступні методи: порівняння, аналіз і синтез, узагальнення, систематизація, математико-статистичний метод.

1. Огляд джерел

Проблему прийняття рішень розглядали науковці А. В. Попов, Д. М. Гвишияні, Ю. П. Васильєв, Г. Х. Попов, А. І. Ангішкін, А. Г. Аганбегян, П. Дракер, І. Ансофор, Г. В. Щокін, М. Х. Мескон, А.Файоль, Х. Волфанг, Д. Кабаченко, Д. І. Бедрій та багато інших. В наш час ця проблема приваблює увагу все більш і більш вчених. Із досліджень останніх років слід зазначити наступні. Робота [3] присвячена розробці методичних підходів до обґрунтування інноваційних проектів розвитку підприємства з метою прийняття управлінських рішень щодо доцільності, можливості і ефективності їх практичного впровадження на підприємстві в умовах невизначеності та ризику. У роботі [4] розглядаються методи прийняття рішень в умовах невизначеності (метод проб і помилок, метод інтуїції, метод розуміння контексту, метод аналізу ризиків). В роботі [8] запропоновано шляхи оптимізації факторів невизначеності в процесі прийняття управлінських рішень. Автори роботи [7] розглядають задачу прийняття управлінських рішень в умовах невизначеності із застосуванням класичних критеріїв оцінки альтернатив з множини можливих варіантів прийняття рішень. У докторській дисертації Д. І. Бедрій розробляє інтегроване протиризикове управління науковими проєктами в умовах невизначеності [1].

Між тим проблема прийняття рішень в умовах невизначеності та ризику остаточно не вирішена. У статті пропонується послідовна методика (алгоритм) прийняття рішень в зазначених умовах, в чому бачиться її наукова новизна.

2. Класифікація моделей при прийнятті рішень

У моделях теорії ігор при прийнятті управлінських рішень задачі, які розв’язуються, можна поділити на три класи:

1) прийняття рішень в умовах однозначності (детерміновані задачі);
2) прийняття рішень в умовах ризику (статистичні задачі), в яких вважаються відомими ймовірності подій або функція розподілу ймовірностей і використовуються елементи теорії ймовірностей і математичної статистики;

3) прийняття рішень в умовах повної невизначеності, коли відомі тільки можливі варіанти подій але ймовірності цих подій і функція розподілу не відомі.

Для першого класу задач розроблені і використовуються методи оптимізації детермінованих задач. Існують наступні методи.

1) Критерій очікуваного значення, коли треба знайти максимум або мінімум якогось показника, наприклад, прибутку, витрат тощо.
2) Критерій граничного рівня. Використовується граничний рівень або гранично допустимий спосіб дії. Він не дає можливості отримати оптимальні значення показників але дає можливість встановити граничні межі (наприклад, граничну мінімальну ціну).
3) Критерій найбільш ймовірної події. Випадкова ситуація зводиться до детермінованої, тобто випадкова величина замінюється детермінованою, яка має найбільшу ймовірність реалізації.

Розглянемо другий і третій класи прийняття рішень в теорії ігор в умовах ризику та невизначеності. Замість другого гравця розглядається “природа”. Часто на практиці в задачах прийняття рішень невизначеність полягає в недостатній інформованості ОПР у об’єктивних умовах, в яких буде прийматися рішення. Невизначеність такого роду може породжуватися різними причинами: нестабільність економічної ситуації, дії партнерів по бізнесу і конкурентів, попит на товар, політика уряду, вихід з ладу технічного устаткування, курс валюти, екологічні обставини тощо. Тобто та або інша степінь невизначеності як правило є об’єктивною але ж може бути і суб’єктивною та залежати від індивідуальних психофізичних параметрів ОПР. В таких задачах невідомий розподіл ймовірностей, з якими зовнішнє середовище може знаходитись в одному з можливих станів. У цьому випадку ОПР висуває тільки визначені гіпотези відносно станів зовнішнього середовища. В задачах такого роду вибір рішення залежить від об’єктивної дійсності, що називається в математичній моделі “*природою* (зовнішнім середовищем)”. Сама математична модель подібних ситуацій називається “*грою з природою*”. При розв’язуванні таких ігор “природа” не обов’язково протидіє гравцеві, вона може і сприяти діям гравця, взагалі – приймає свої стани випадково. Тому гравцеві треба вибирати такі стратегії, щоб з урахуванням довільних станів “природи” отримати добрі результати. Теорію ігор з “природою” називають теорією *статистичних рішень*.

Припустимо, гравець має m можливих стратегій (можливих альтернатив дій ОПР): A_i ($i=\overline{1,m}$); а “природа” може перебувати в одному з n станів зовнішнього середовища: P_j ($j=\overline{1,n}$), які можливо розглядати, як її “стратегії” (гіпотези ОПР). Сукупність $\{P_1,...,P_n\}$ формується на основі досвіду аналізу станів “природи” або в результаті аналізу та інтуїції експертів (ОПР).

Статистичні ігри з “природою” задаються платіжною матрицею A. $A=(a_{ij})_{m\times n}$. $a_{ij}=\varphi(A_i, P_j)$, де a_{ij} – виграш (програш) гравця, якщо він використовує стратегію A_i а “природа” знаходиться в стані P_j. А функція

$\varphi(A_i, P_j)$ є функцією корисності, яка виступає у якості міри бажаності або корисності відповідної альтернативи. Під елементами a_{ij} матриці A можна розуміти як прибуток та і витрати, який отримує гравець при виборі i-ої стратегії A_i та знаходженні "природи" в стані P_j. Для матриці доходів можна робити редукцію гри наступним чином: викреслювати рядки матриці, які відповідають стратегіям, над якими домінують. Якщо $a_{lj} \le a_{kj}, \ j = \overline{1, n},$ то можна викреслювати l-й рядок. Для матриці витрат можна викреслювати рядки, що відповідають стратегіям, що домінують. Якщо $a_{lj} \le a_{kj}, \ j = \overline{1, n},$ то можна викреслювати k-й рядок. Стовпці викреслювати не можна при довільному вигляді матриці A, оскільки природа діє не свідомо, а випадковим чином і вона не вибирає гірші або кращі стратегії.

У ряді випадків використовується матриця ризику $R = (r_{ij})_{m \times n}$, елементи яких отримують наступним чином: $r_{ij} = \beta_j - a_{ij}, \quad i = \overline{1, m}; \quad j = \overline{1, n}; \ \beta_j = \max\limits_i a_{ij}$. Так робиться, якщо під елементами a_{ij} матриці A розуміють прибутки. А якщо втрати (збитки), то $r_{ij} = a_{ij} - \beta_j, \quad i = \overline{1, m}; \quad j = \overline{1, n}; \quad \beta_j = \min\limits_i a_{ij}$. Під елементами r_{ij} матриці ризику R розуміють втрати, які отримує гравець. Для матриці-прибутків втрати дорівнюють різниці між виграшом, який отримав би гравець, якщо б знав зараннє, що природа прийме стан P_j, і виграшом, який він отримає при тому ж стані P_j, вибравши стратегію A_i. Для матриці-збитків втрати дорівнюють різниці між збитками, які він отримає при виборі стратегії A_i та стану P_j і збитками, які отримав би гравець, якщо б знав завчасно, що "природа" набуде стану P_j. У теорії ігор з "природою" у залежності від інформації розглядають дві ситуації. В одній з них або відомі ймовірності, з якими природа приймає кожне зі своїх можливих станів, або ці ймовірності не відомі, але маються відомості щодо їх відносних значень, або ймовірності станів природи встановлюються за допомогою експертів (ОПР). У цих ситуаціях кажуть про "*прийняття рішень в умовах ризику*". В іншій ситуації ймовірності можливих станів природи невідомі і не має ніякої можливості отримати таку інформацію. У цьому випадку кажуть про "*прийняття рішень в умовах невизначеності*". Для вибору кращої стратегії мається ряд методів, які орієнтовані на використання в умовах ризику та невизначеності [1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8].

3. Розв'язання статистичних ігор в умовах ризику та невизначеності

І. Прийняття рішень в умовах ризику.

У розв'язанні проблем такого типу для прийняття рішень використовують певні критерії [1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8].

1. *Критерій Байєса*. Припускається, що задані ймовірності станів "природи". Ймовірності настання кожного стану "природи" P_j позначимо через

$q_j, \quad j=\overline{1,n}; \quad \sum_{j=1}^{n} q_j = 1.$

а) Якщо під елементами матриці $A=(a_{ij})_{m\times n}$ розуміють прибутки, що отримує гравець при виборі *i*-ї стратегії A_i та перебуванням "природи" в стані P_j, то обчислюються математичні сподівання для всіх стратегій гравця A_i, $i=\overline{1,m}$, з яких вибирається найкраща стратегія A^*, котрій відповідає максимальне значення з усіх математичних сподівань M_i: $B_1(A^*)=\max\limits_{1\le i\le m}\sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij}q_j$,

де $M_i=\sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij}q_j$ – математичне сподівання ефективності *i*-ї стратегії, $i=\overline{1,m}$.

б) Якщо під елементами матриці $A=(a_{ij})_{m\times n}$ розуміють збитки (витрати), що отримує гравець при виборі *i*-ї стратегії A_i та перебуванням "природи" в стані P_j, то обчислюються математичні сподівання для всіх стратегій гравця A_i, $i=\overline{1,m}$, з яких вибирається найкраща стратегія A^*, котрій відповідає мінімальне значення з усіх математичних сподівань: $B_2(A^*)=\min\limits_{1\le i\le m}\sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij}q_j$.

в) Для матриці ризику у двох варіантах обчислення елементів матриці ризику цей критерій записується аналогічно: $B_3(A^*)=\min\limits_{1\le i\le m}\sum\limits_{j=1}^{n} r_{ij}q_j$.

Крім того обчислюються максимальні значення ризику для всіх стратегій гравця A_i, $i=\overline{1,m}$, за довільного випадкового стані "природи": $r_i^{\max}=\max\limits_{1\le j\le n} r_{ij}$, $i=1,\ldots,m$. Це робиться для аналізу гравцем максимально можливого ризику для кожної своєї стратегії.

2. *Критерій Лапласа* використовується, коли ймовірності щодо станів "природи" невідомі та можна припустити, що вони однакові: $q_1=\ldots=q_n=q$.

$\sum\limits_{j=1}^{n} q_j = nq = 1$. Звідси маємо, що $q_1=\ldots=q_n=q=\dfrac{1}{n}$.

а) Для матриці доходу критерій набуває вигляду: $L_1(A^*)=\max\limits_{1\le i\le m}\dfrac{1}{n}\sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij}$.

б) Для матриці збитків критерій виглядає так: $L_2(A^*)=\min\limits_{1\le i\le m}\dfrac{1}{n}\sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij}$.

в) Для матриці ризику критерій обчислюється так: $L_3(A^*)=\min\limits_{1\le i\le m}\dfrac{1}{n}\sum\limits_{j=1}^{n} r_{ij}$.

Критерій Лапласа – частинний випадок критерію Байєса. Для критерію Лапласа стани "природи" рівноможливі.

ІІ. Прийняття рішень в умовах невизначеності.

У цих задачах для прийняття рішень застосовують наступні критерії [1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8].

1. *Критерій Вальда* (принцип гарантованого результату або критерій максиміну (мінімаксу). Даний принцип полягає у виборі в якості оптимальної (найбільш ефективної) тієї альтернативи (стратегії), яка має найбільше серед найменш сприятливих станів зовнішнього середовища значення функції корисності.

а) Для матриці прибутковості $A=(a_{ij})_{m\times n}$ критерій має такий вигляд: $V_1(A^*)=\max\limits_{1\le i\le m}\min\limits_{1\le j\le n} a_{ij}$. Цей критерій є дуже обережний та песимістичний. Він обирається тоді, коли гравець не дуже зацікавлений у найбільших виграшах, головне для нього – багато не програти й поводитись обережно. У даному разі гравець сприймає природу як суперника, що йому максимально протидіє. Оптимальна альтернатива A^*, яка вибирається серед усіх стратегій гравця A_i, $i=1,\ldots,m$ за критерієм Вальда, забезпечує гарантований виграш (успіх у досяганні мети) за найгіршого стану зовнішнього середовища.

б) Для матриці-збитків $A=(a_{ij})_{m\times n}$ критерій записується так: $V_2(A^*)=\min\limits_{1\le i\le m}\max\limits_{1\le j\le n} a_{ij}$. І також дуже обережний та песимістичний критерій.

2. *Критерій Севіджа* (мінімаксного жалю). Стратегія вибору за принципом Севіджа характеризує ті потенціальні втрати, які гравець матиме, якщо вибере неоптимальне рішення.

Використовується для матриці ризику $R=(r_{ij})_{m\times n}$ і має однаковий вигляд для двох варіантів обчислення елементів матриці ризику r_{ij}.

$$S_1(A^*)=\min_{1\le i\le m}\max_{1\le j\le n} r_{ij} \text{ або } S_1(A^*)=\min_{1\le i\le m} r_i^{\max}, \text{ де } \quad r_i^{\max}=\max_{1\le j\le n} r_{ij},\ i=1,\ldots,m.$$

Цей критерій не настільки песимістичний, як попередній, і мінімізує можливі втрати за умови, що стан зовнішнього середовища найгіршим чином відрізняється від очікуваного.

3. *Критерій оптимізму-песимізму Гурвіца*. Даний критерій є комбінацією принципу гарантованого результату та принципу оптимізму.

а) Для матриці прибутковості критерій набуває вигляду: $G_1(A^*)=\max\limits_{1\le i\le m}[\lambda\min\limits_{1\le j\le n} a_{ij}+(1-\lambda)\max\limits_{1\le j\le n} a_{ij}]$, $0\le\lambda\le 1$. Чим більш песимістичний настрій, тим ближче λ до 1. Якщо $\lambda=1$, то маємо критерій Вальда – V_1. Якщо $\lambda=0$, то отримуємо критерій крайнього оптимізму: $O_1(A^*)=\max\limits_{1\le i\le m}\max\limits_{1\le j\le n} a_{ij}$.

Девіз цього критерію – "пан або пропав". Це дуже ризиковий критерій і використовується, коли треба виграти максимум, а усі інші виграші або програші не задовольняють гравця.

б) Для матриці збитків критерій обчислюється за формулою:

$G_2(A^*) = \min\limits_{1\le i\le m}[\lambda \max\limits_{1\le j\le n} a_{ij} + (1-\lambda)\min\limits_{1\le j\le n} a_{ij}]$, $0 \le \lambda \le 1$. Чим більш песимістичний настрій, тим ближче λ до 1. Якщо $\lambda = 1$, то маємо критерій Вальда – V_2. Якщо $\lambda = 0$, то отримуємо критерій крайнього оптимізму: $O_2(A^*) = \min\limits_{1\le i\le m}\min\limits_{1\le j\le n} a_{ij}$.

в) Для матриці ризику критерій виглядає так: $G_3(A^*) = \min\limits_{1\le i\le m}[\lambda \max\limits_{1\le j\le n} r_{ij} + (1-\lambda)\min\limits_{1\le j\le n} r_{ij}]$, $0 \le \lambda \le 1$. Якщо $\lambda = 1$, то маємо критерій Севіджа – S_1. Якщо $\lambda = 0$, то отримуємо критерій крайнього оптимізму: $O_3(A^*) = \min\limits_{1\le i\le m}\min\limits_{1\le j\le n} r_{ij}$.

4. *Критерій Ходжа-Лемана*. Цей критерій є комбінацією критеріїв Байєса та Вальда.

а) для матриці прибутковості критерій набуває вигляду:

$$X_1(A^*) = \max_{1\le i\le m}[\lambda \sum_{j=1}^{n} a_{ij} q_j + (1-\lambda)\min_{1\le j\le n} a_{ij}], \quad 0 \le \lambda \le 1.$$

б) для матриці збитковості критерій такий:

$$X_2(A^*) = \min_{1\le i\le m}[\lambda \sum_{j=1}^{n} a_{ij} q_j + (1-\lambda)\max_{1\le j\le n} a_{ij}], \quad 0 \le \lambda \le 1.$$

$\lambda -$ параметр вірогідності інформації про розподіл ймовірностей станів навколишнього середовища. Якщо вірогідність інформації велика, то домінує критерій Байєса, у противному випадку – критерій Вальда. При $\lambda = 1$ (вірогідність інформації велика) отримуємо критерій Байєса – відповідно B_1 та B_2. При $\lambda = 0$ отримуємо критерій Вальда – відповідно V_1 та V_2.

5. *Критерій Вальда* можна використовувати і для змішаних стратегій: $V_3 = \max\limits_{p_i}\left(\min\limits_{j}\sum_{i=1}^{m} a_{ij} p_i\right)$. Для цього використовується розв’язок задачі лінійного програмування для знаходження оптимальних ймовірностей: $p_1^*, \ldots, p_m^*$ використання змішаних стратегій $A_1, \ldots, A_m$ гравця, якщо під елементами матриці A розуміти прибутки. А якщо збитки, то $V_4 = \min\limits_{p_i}\left(\max\limits_{j}\sum_{i=1}^{m} a_{ij} p_i\right)$. Для матриці ризику критерій Севіджа має вигляд: $S_2 = \min\limits_{p_i}\left(\max\limits_{j}\sum_{i=1}^{m} r_{ij} p_i\right)$.

6. *Критерій максимального математичного сподівання виграшу* (*критерій Байєса*) застосовується, коли відомі ймовірності станів “природи”.

Для прийняття кращого рішення доцільно використовувати кілька критеріїв за вибраними принципами і вибирати те рішення, що відповідає стратегіям, які отримують за більшістю критеріїв.

При розв’язанні позиційних ігор часто використовують дерево рішень – графічне відображення послідовності рішень і станів середовища із зазначенням відповідних ймовірностей (якщо вони відомі) та виграшів (програшів) для довільних комбінацій альтернатив. Застосовують наступний алгоритм дій: 1) формулювання задачі, визначення найбільш суттєвих факторів і отримання відповідної інформації; 2) побудова дерева рішень; 3) оцінка ймовірностей станів середовища; 4) обчислення виграшів (програшів) за різних комбінацій альтернатив; 5) остаточний вибір розв’язку задачі.

Отже дерево рішень відображає ієрархічність і ранжування цілей, що мають такі ознаки: а) співзалежність, наприклад тактичні цілі залежать від стратегічних; б) розгортання за часом, рівнем і складом; в) ранжування цілей за важливістю. Дерева рішень можна ефективно використовувати для розв’язування важливих багатоаспектних управлінських проблем.

4. Практичне застосування методики прийняття рішень в умовах ризику та невизначеності

Розглянемо застосування наведеної методики на прикладі отримання прибутку при роботі комп’ютерної фірми на різних ринках (стратегії A_i, $i = 1,...,m$) при різних політичних обставинах P_j ($j = \overline{1,n}$) за наведеними очікуваними значеннями прибутку $a_{ij}, i = 1,...,m;\ j = 1,...,n.$ m = 4 – кількість ринків, n = 6 – кількість станів зовнішнього середовища (табл. 1).

Таблиця 1 - Очікувані значення прибутку (млн. гр. од.)

Можливі нові товарні ринки	Політичні обставини					
	стабільні	стабільні	стабільні	нестабільні	нестабільні	нестабільні
	Ступінь конкуренції					
	слабка	середня	сильна	слабка	середня	сильна
Ринок 1	53	50	46	24	23	22
Ринок 2	49	40	39	30	29	27
Ринок 3	58	50	42	26	23	19
Ринок 4	55	49	43	25	24	23

Для вказаних даних не можна зробити редукцію. Оскільки немає таких стратегій, над якими домінує інша.

1. *Використаємо критерій Вальда*: $V_1(A^*) = \max\limits_{1 \le i \le m} \min\limits_{1 \le j \le n} a_{ij}$.

Спочатку для кожної альтернативи i вибираємо мінімальне значення в кожному рядку:

$$\min_{1 \le j \le n} a_{1j} = \min_{1 \le j \le n}(53;\ 50;\ 46;\ 24;\ 23;\ 22) = 22;$$

$$\min_{1 \le j \le n} a_{2j} = \min_{1 \le j \le n}(49;\ 40;\ 39;\ 30;\ 29;\ 27) = 27;$$

$$\min_{1 \le j \le n} a_{3j} = \min_{1 \le j \le n}(58;\ 50;\ 42;\ 26;\ 23;\ 19) = 19;$$

$$\min_{1 \le j \le n} a_{4j} = \min_{1 \le j \le n}(55;\ 49;\ 43;\ 25;\ 24;\ 23) = 23.$$

З отриманих мінімальних значень знаходимо максимальне:

$$V_1(A^*) = \max_{1 \le i \le m}(22;\ 27;\ 19;\ 23) = 27 \text{ (для } i = 2).$$

Оптимальною за критерієм Вальда є альтернатива $A^* = A_2$.

Це найбільш обережна стратегія, оскільки при довільному стані зовнішнього середовища фірма отримує прибуток не менше 27 млн. гр. од.

2. *Застосуємо критерій Севіджа.* Для цього спочатку обчислимо матрицю ризику $R=(r_{ij})_{m\times n}$, $r_{ij}=\beta_j-a_{ij}$, $i=\overline{1,m}$; $j=\overline{1,n}$; $\beta_j=\max\limits_i a_{ij}$.

$$\beta_1=\max_{1\le i\le m}(53;49;58;55)=58;\quad \beta_2=\max_{1\le i\le m}(50;40;50;49)=50;$$

$$\beta_3=\max_{1\le i\le m}(46;39;42;43)=46;\quad \beta_4=\max_{1\le i\le m}(24;30;26;25)=30;$$

$$\beta_5=\max_{1\le i\le m}(23;29;23;24)=29;\quad \beta_6=\max_{1\le i\le m}(22;27;19;23)=27.$$

$$R=\begin{pmatrix}5&0&0&6&6&5\\9&10&7&0&0&0\\0&0&4&4&6&8\\3&1&3&5&5&4\end{pmatrix}.$$

$S_1(A^*)=\min\limits_{1\le i\le m}\max\limits_{1\le j\le n} r_{ij}$. Для кожної альтернативи i знаходимо максимальне значення в кожному рядку:

$$\max_{1\le j\le n} r_{1j}=\max_{1\le j\le n}(5;0;0;6;6;5)=6;\quad \max_{1\le j\le n} r_{2j}=\max_{1\le j\le n}(9;10;7;0;0;0)=10;$$

$$\max_{1\le j\le n} r_{3j}=\max_{1\le j\le n}(0;0;4;4;6;8)=8;\quad \max_{1\le j\le n} r_{4j}=\max_{1\le j\le n}(3;1;3;5;5;4)=5.$$

З отриманих максимальних значень отримуємо мінімальне:

$$S_1(A^*)=\min_{1\le i\le m}(6;10;8;5)=5\quad (\text{для } i=4).$$

Оптимальною за критерієм Севіджа є альтернатива $A^*=A_4$.

3. *Використаємо критерій крайнього оптимізму для матриці А:* $O_1(A^*)=\max\limits_{1\le i\le m}\max\limits_{1\le j\le n} a_{ij}$. Для кожної альтернативи i отримуємо максимальне значення в кожному рядку:

$$\max_{1\le j\le n} a_{1j}=\max_{1\le j\le n}(53;50;46;24;23;22)=53;$$

$$\max_{1\le j\le n} a_{2j}=\max_{1\le j\le n}(49;40;39;30;29;27)=49;$$

$$\max_{1\le j\le n} a_{3j}=\max_{1\le j\le n}(58;50;42;26;23;19)=58;$$

$$\max_{1\le j\le n} a_{4j}=\max_{1\le j\le n}(55;49;43;25;24;23)=55.$$

З отриманих значень знаходимо максимальне:

$$O_1(A^*)=\max_{1\le i\le m}(53;49;58;55)=58\quad (\text{для } i=3).$$

Оптимальним за критерієм крайнього оптимізму для матриці A є альтернатива $A^*=A_3$.

4. Застосуємо критерій крайнього оптимізму для матриці ризику R: $O_3(A^*)=\min\limits_{1\le i\le m}\min\limits_{1\le j\le n} r_{ij}$. Для кожної альтернативи i знаходимо мінімальне значення в кожному рядку:

$$\min_{1\le j\le n} r_{1j} = \min_{1\le j\le n}(5;\,0;\,0;\,6;\,6;\,5) = 0;\quad \min_{1\le j\le n} r_{2j} = \min_{1\le j\le n}(9;\,10;\,7;\,0;\,0;\,0) = 0;$$

$$\min_{1\le j\le n} r_{3j} = \min_{1\le j\le n}(0;\,0;\,4;\,4;\,6;\,8) = 0;\quad \min_{1\le j\le n} r_{4j} = \min_{1\le j\le n}(3;\,1;\,3;\,5;\,5;\,4) = 1.$$

З отриманих значень знаходимо мінімальне:

$$O_3(A^*) = \min_{1\le i\le m}(0;\,0;\,0;\,1) = 0 \quad (\text{для } i = 1,\,2,\,3).$$

Оптимальними за критерієм крайнього оптимізму для матриці R є альтернативи $A^* = A_1$, $A^* = A_2$, $A^* = A_3$.

5. *Використаємо критерій оптимізму-песимізму Гурвіца для матриці А:*

$$G_1(A^*) = \max_{1\le i\le m}[\lambda \min_{1\le j\le n} a_{ij} + (1-\lambda)\max_{1\le j\le n} a_{ij}],\quad 0 \le \lambda \le 1.$$

Припустимо $\lambda = 0{,}5$. Для кожної альтернативи i отримуємо

$$\frac{1}{2}[\min_{1\le j\le n} a_{ij} + \max_{1\le j\le n} a_{ij}].$$

$$\frac{1}{2}[\min_{1\le j\le n} a_{1j} + \max_{1\le j\le n} a_{1j}] = \frac{1}{2}[\min_{1\le j\le n}(53;\,50;\,46;\,24;\,23;\,22) +$$

$$+\max_{1\le j\le n}(53;\,50;\,46;\,24;\,23;\,22)] = \frac{1}{2}[22+53] = 37{,}5;$$

$$\frac{1}{2}[\min_{1\le j\le n} a_{2j} + \max_{1\le j\le n} a_{2j}] = \frac{1}{2}[\min_{1\le j\le n}(49;\,40;\,39;\,30;\,29;\,27) +$$

$$+\max_{1\le j\le n}(49;\,40;\,39;\,30;\,29;\,27)] = \frac{1}{2}[27+49] = 38;$$

$$\frac{1}{2}[\min_{1\le j\le n} a_{3j} + \max_{1\le j\le n} a_{3j}] = \frac{1}{2}[\min_{1\le j\le n}(58;\,50;\,42;\,26;\,23;\,19) +$$

$$+\max_{1\le j\le n}(58;\,50;\,42;\,26;\,23;\,19)] = \frac{1}{2}[19+58] = 38{,}5;$$

$$\frac{1}{2}[\min_{1\le j\le n} a_{4j} + \max_{1\le j\le n} a_{4j}] = \frac{1}{2}[\min_{1\le j\le n}(55;\,49;\,43;\,25;\,24;\,23) +$$

$$+\max_{1\le j\le n}(55;\,49;\,43;\,25;\,24;\,23)] = \frac{1}{2}[23+55] = 39.$$

З отриманих значень отримуємо максимальне:

$$G_1(A^*) = \max_{1\le i\le m}(37{,}5;\,38;\,38{,}5;\,39) = 39 \quad (\text{для } i = 4).$$

Оптимальними за критерієм Гурвіца для матриці A при $\lambda = 0{,}5$ є альтернатива $A^* = A_4$.

6. *Застосуємо критерій оптимізму-песимізму Гурвіца для матриці R*:

$$G_3(A^*) = \min_{1\le i\le m}[\lambda \max_{1\le j\le n} r_{ij} + (1-\lambda)\min_{1\le j\le n} r_{ij}],\quad 0 \le \lambda \le 1.$$

Припустимо $\lambda = 0{,}5$. Для кожної альтернативи i знаходимо

$$\frac{1}{2}[\max_{1\le j\le n} r_{ij} + \min_{1\le j\le n} r_{ij}].$$

$$\frac{1}{2}[\max_{1\le j\le n} r_{1j} + \min_{1\le j\le n} r_{1j}] = \frac{1}{2}[\max_{1\le j\le n}(5;\,0;\,0;\,6;\,6;\,5) + \min_{1\le j\le n}(5;\,0;\,0;\,6;\,6;\,5)] = \frac{1}{2}[6+0] = 3;$$

$$\frac{1}{2}[\max_{1\le j\le n} r_{2j} + \min_{1\le j\le n} r_{2j}] = \frac{1}{2}[\max_{1\le j\le n}(9;10;7;0;0;0) + \min_{1\le j\le n}(9;10;7;0;0;0)] = \frac{1}{2}[10+0] = 5;$$

$$\frac{1}{2}[\max_{1\le j\le n} r_{3j} + \min_{1\le j\le n} r_{3j}] = \frac{1}{2}[\max_{1\le j\le n}(0;\,0;\,4;\,4;\,6;\,8) + \min_{1\le j\le n}(0;\,0;\,4;\,4;\,6;\,8)] = \frac{1}{2}[8+0] = 4;$$

$$\frac{1}{2}[\max_{1\le j\le n} r_{4j} + \min_{1\le j\le n} r_{4j}] = \frac{1}{2}[\max_{1\le j\le n}(3;\,1;\,3;\,5;\,5;\,4) + \min_{1\le j\le n}(3;\,1;\,3;\,5;\,5;\,4)] = \frac{1}{2}[5+1] = 3.$$

З отриманих значень отримуємо мінімальне:

$$G_3(A^*) = \min_{1\le i\le m}(3;\,5;\,4;\,3) = 3 \quad (\text{для } i = 1,\,4).$$

Оптимальними за критерієм Гурвіца для матриці ризику R при $\lambda = 0{,}5$ є дві альтернативи $A^* = A_1$, $A^* = A_4$.

7. *Використаємо критерій Лапласа*. Оскільки ймовірності станів зовнішнього середовища невідомі, але будемо вважати їх рівноможливими, то отримаємо частинний випадок критерія Байєса – критерій Лапласа. Для матриці A критерій Лапласа має вигляд: $L_1(A^*) = \max\limits_{1\le i\le m} \frac{1}{n}\sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij}$.

Для кожної альтернативи i знайдемо суму значень в кожному рядку:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{1j} = 53 + 50 + 46 + 24 + 23 + 22 = 218;$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{2j} = 49 + 40 + 39 + 30 + 29 + 27 = 214;$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{3j} = 58 + 50 + 42 + 26 + 23 + 19 = 218;$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{4j} = 55 + 49 + 43 + 25 + 24 + 23 = 219.$$

З отриманих значень отримаємо максимальне і поділимо на $n = 6$.

$$L_1(A^*) = \frac{1}{6}\max_{1\le i\le m}(218;\,214;\,218;\,219) = \frac{1}{6}219 = 36{,}5 \quad (\text{для } i = 4).$$

Оптимальними за критерієм Лапласа для матриці A є альтернатива $A^* = A_4$.

8. *Використаємо критерій Лапласа для матриці* R: $L_3(A^*) = \min\limits_{1\le i\le m} \frac{1}{n}\sum\limits_{j=1}^{n} r_{ij}$.

Для кожної альтернативи i знайдемо суму значень в кожному рядку.

$$\sum_{j=1}^{n} r_{1j} = 5 + 0 + 0 + 6 + 6 + 5 = 22; \quad \sum_{j=1}^{n} r_{2j} = 9 + 10 + 7 + 0 + 0 + 0 = 26;$$

$$\sum_{j=1}^{n} r_{3j} = 0 + 0 + 4 + 4 + 6 + 8 = 22; \quad \sum_{j=1}^{n} r_{4j} = 3 + 1 + 3 + 5 + 5 + 4 = 21.$$

З отриманих значень отримаємо мінімальне і поділимо на $n = 6$.

$$L_3(A^*) = \frac{1}{6}\min_{1\le i\le m}(22;\ 26;\ 22;\ 21) = \frac{1}{6}21 = 3{,}5 \quad (\text{для } i = 4).$$

Оптимальними за критерієм Лапласа для матриці R є альтернатива $A^* = A_4$.

9. Використаємо критерій Ходжа-Лемана:

$$X_1(A^*) = \max_{1\le i\le m}[\lambda\sum_{j=1}^{n} a_{ij}q_j + (1-\lambda)\min_{1\le j\le n} a_{ij}], \quad 0 \le \lambda \le 1.$$

Оскільки ймовірності станів зовнішнього середовища невідомі але їх будемо вважати рівноможливими, то отримаємо критерій у вигляді:

$$X_1(A^*) = \max_{1\le i\le m}[\lambda\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} a_{ij} + (1-\lambda)\min_{1\le j\le n} a_{ij}], \quad 0 \le \lambda \le 1.$$

Припустимо $\lambda = 0{,}5$. Для кожної альтернативи i знаходимо для кожного рядка:

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}\sum_{j=1}^{n} a_{1j} + \frac{1}{2}\min_{1\le j\le n} a_{1j} = \frac{1}{12}(53+50+46+24+23+22) +$$

$$+\frac{1}{2}\min_{1\le j\le n}(53;\ 50;\ 46;\ 24;\ 23;\ 22) = 18{,}1(6) + 11 = 29{,}1(6);$$

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}\sum_{j=1}^{n} a_{2j} + \frac{1}{2}\min_{1\le j\le n} a_{2j} = \frac{1}{12}(49+40+39+30+29+27) +$$

$$+\frac{1}{2}\min_{1\le j\le n}(49;\ 40;\ 39;\ 30;\ 29;\ 27) = 17{,}8(3) + 13{,}5 = 31{,}3(3);$$

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}\sum_{j=1}^{n} a_{3j} + \frac{1}{2}\min_{1\le j\le n} a_{3j} = \frac{1}{12}(58+50+42+26+23+19) +$$

$$+\frac{1}{2}\min_{1\le j\le n}(58+50+42+26+23+19) = 18{,}1(6) + 9{,}5 = 27{,}6(6);$$

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}\sum_{j=1}^{n} a_{4j} + \frac{1}{2}\min_{1\le j\le n} a_{4j} = \frac{1}{12}(55+49+43+25+24+23) +$$

$$+\frac{1}{2}\min_{1\le j\le n}(55+49+43+25+24+23) = 18{,}25 + 11{,}5 = 29{,}75.$$

З отриманих значень отримуємо максимальне:

$$X_1(A^*) = \max_{1\le i\le m}(29{,}1(6);\ 31{,}3(3);\ 27{,}6(6);\ 29{,}75) = 31{,}3(3) \quad (\text{для } i = 2).$$

Оптимальними за критерієм Ходжа-Лемана при $\lambda = 0{,}5$ є альтернатива $A^* = A_2$. Наведемо підсумкову таблицю пріоритету ринків за використаними критеріями (табл. 2).

За більшістю критеріїв більш доцільно виходити комп'ютерній фірмі зі своїм товаром чи послугами на ринок 4.

Методика прийняття рішень в умовах ризику та невизначеності була ефективно реалізована на табличному процесорі MS Excel.

Таблиця 2 - Підсумкова таблиця рейтингу ринків

№ з/п	Критерії	Пріоритет альтернатив
1	Критерій Вальда	2, 4, 1, 3
2	Критерій Севіджа	4, 1, 3, 2
3	Критерій крайнього оптимізму для матриці A	3, 4, 1, 2
4	Критерій крайнього оптимізму для матриці R	$\{1, 2, 3\}$, 4
5	Критерій оптимізму-песимізму Гурвіца для матриці A $(\lambda = 0{,}5)$	4, 3, 2, 1
6	Критерій оптимізму-песимізму Гурвіца для матриці R $(\lambda = 0{,}5)$	$\{1, 4\}$, 3, 2
7	Критерій Лапласа для матриці A	4, $\{1, 3\}$, 2
8	Критерій Лапласа для матриці R	4, $\{1, 3\}$, 2
9	Критерій Ходжа-Лемана	2, $\{4, 1\}$, 3

Висновки

Розглянуто класифікацію моделей теорії ігор при прийнятті управлінських рішень. Прийняття рішень можливо в умовах детермінованості, в умовах ризику та умовах невизначеності. Для першого класу задач розроблені і використовуються методи оптимізації детермінованих задач. При прийнятті управлінських рішень в умовах ризику розглянуті основні критерії для прийняття рішень, доцільність їх застосування та методику їх обчислення. При прийнятті управлінських рішень в умовах невизначеності також розглянуті основні критерії для прийняття рішень, доцільність їх застосування та методику їх обчислення.

Описується доцільність та алгоритм використання дерева рішень. Наведена практична реалізація методики вибору управлінського рішення в умовах невизначеності та ризику за рядом критеріїв з отриманням пріоритету альтернатив. Обчислення проведені за допомогою табличного процесора MS Excel. Вибір управлінського рішення залежить від обґрунтування та вибору критерія (критеріїв), за яким (якими) робиться вибір найефективнішого управлінського рішення. Для прийняття кращого рішення часто доцільно використовувати кілька критеріїв і вибирати те рішення, що відповідає стратегіям, які отримують за більшістю критеріїв або за більш важливими критеріями. В подальшому в складних моделях доцільно використовувати методику багатокритеріального аналізу альтернатив та експертні оцінки.

Необхідно розробити за наведеною методикою програмний комплекс вибору управлінських рішень в умовах ризику та невизначеності з метою його застосування для різних соціально-економічних та інформаційно-технічних моделей даного класу задач.

Список використаних джерел

1. Бедрій Д. І. Інтегроване протиризикове управління науковими проєктами в умовах невизначеності та переходу до циркулярної економіки : дис… д-ра техн. наук: 05.13.22 – управління проєктами та програмами. – Одеса: Одеський нац.політех. ун-т., 2021. – 431 с.

2. Економіко-математичне моделювання: Навчальний посібник / За ред. О. Т. Іващука. – Тернопіль: ТНЕУ «Економічна думка», 2008. – 704 с.

3. Кабаченко Д. В. Прийняття управлінських рішень в умовах невизначеності та ризику // Економічний вісник. – 2017. – № 2. – С. 107-114.

4. Махун А. П. Методи прийняття управлінських рішень в умовах невизначеності // Бізнес, інновації, менеджмент: проблеми та перспективи: Збірник тез IV Міжнародної науково-практичної конференції 20 квітня 2023. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. – С. 44-45.

5. Петруня Ю. Є., Говоруха В. Б., Літовченко Б. В., Мормуль М. Ф., Осадча Н. В., Петруня В. Ю., Ткачова О. К. Прийняття управлінських рішень. Навч. посіб. / за ред Ю. Є. Петруні. Київ: Центр учбової літератури, 2011. – 216 с.

6. Рогальський Ф. Б., Курилович Я. Е., Цокуренко О. О. Математические методы анализа экономических систем. Книга 1. Теоретические основы. – Киев: Наукова думка, 2001. – 436 с.

7. Січко Т., Нескородєва Т., Римар П. Методи та моделі прийняття рішень в умовах невизначеності // Computer Systems and Information Technologies. – 2022. – № 3. – С. 47–51. https://doi.org/10.31891/CSIT-2021-5-6.

8. Юдович А. С., Дєліні М. М. Процес прийняття управлінських рішень в умовах невизначеності на прикладі ТОВ «Ласуня» // Економіка і суспільство. – 2016. – № 7. – С. 542-545.

Abstract. *Systematization of decision-making criteria in conditions of risk and uncertainty was carried out, and the conditions and expediency of their application were investigated. A practical implementation of the given decision-making technique in conditions of risk and uncertainty was carried out. The considered technique was tested with the use of computer technologies, showed its effectiveness and is of great practical importance in making effective management decisions in various sectors of the national economy and entrepreneurial activity.*

Key words: *risk, uncertainty, criteria, statistical games, decision-making.*