



УДК 624.121

**MODELING OF GROUND SURFACE DEFORMATIONS DURING DRAINAGE OF SOIL MASSIFS****МОДЕЛЮВАННЯ ДЕФОРМАЦІЙ ПОВЕРХНІ ЗЕМЛІ ПРИ ОСУШЕННІ ГРУНТОВИХ МАСИВІВ****Kuzlo M.T. / Кузло М.Т.***d.t.s., prof. / д.т.н., проф.*

ORCID: 0000-0001-9242-2478

*National university of water and environmental engineering,**Rivne, Soborna, 33028**Національний університет водного господарства та природокористування,**Рівне, Соборна, 11, 33028*

**Анотація.** Розроблено математичну модель з прогнозу деформацій водонасичених ґрунтових масивів при їх осушенні. Змодельовано вертикальні зміщення поверхні землі при влаштуванні осушувальних каналів на існуючій гідромеліоративній системі. Виконано порівняння результатів числових досліджень з геодезичними вимірюваннями осідань поверхні землі при осушенні ґрунтового масиву в заплаві р. Стубла.

**Ключові слова:** ґрунтовий масив, осушення, математична модель, вертикальні зміщення

**Вступ.**

Господарська діяльність людини все більш впливає на зміну гідрогеологічних умов ґрунтових масивів та дії на них техногенних факторів. Однією із причиню таких змін та впливів є створення гідромеліоративних систем.

Зміна гідрогеологічних умов в ґрунтових масивах та техногенний вплив ведуть до виникнення різноманітних факторів: гідродинамічних сил фільтраційного потоку; зміни власної ваги ґрунту, фільтраційних і деформаційних його характеристик тощо. Величина і інтенсивність зростання названих факторів може суттєво змінюватися, що призводить до виникнення значних вертикальних зміщень поверхні землі. Ці деформації ускладнюють нормальну експлуатацію гідромеліоративних систем.

Вивчення досвіду експлуатації гідромеліоративних систем показало, що оцінка їх напружено-деформованого стану (НДС) і вибір інженерних заходів з покращення їх роботи у багатьох випадках залежить від режиму і інтенсивності зміни гідрогеологічних умов та дії техногенних факторів. Разом з тим у діючих нормах на сьогоднішній день відсутні чіткі рекомендації і методи розрахунку з прогнозу вертикальних зміщень поверхні землі залежно від вказаних факторів.

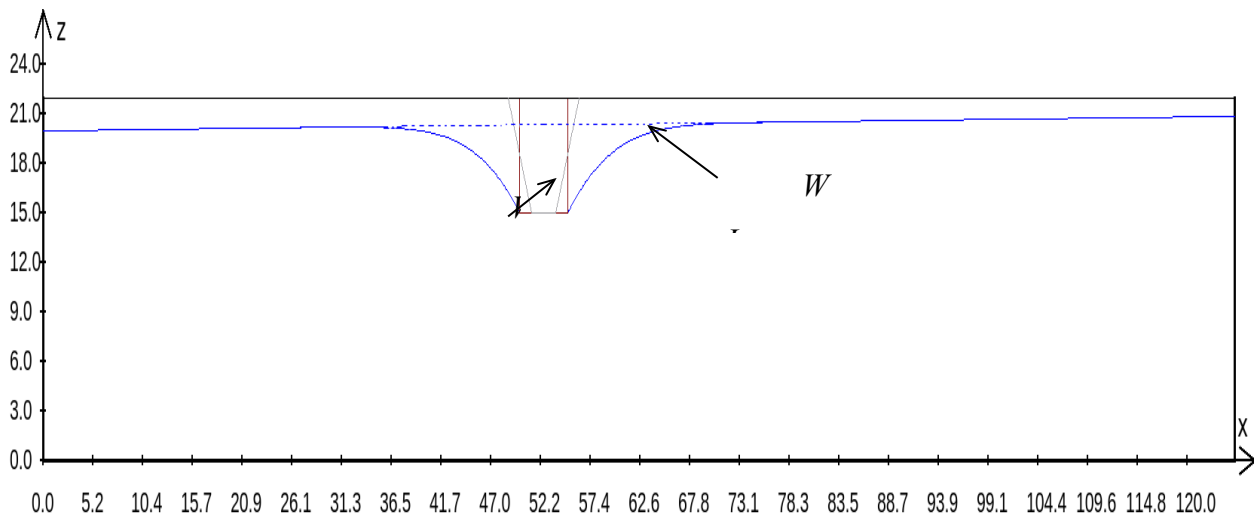
Таким чином, розробка теоретичних та методичних основ прогнозу деформацій ґрунтових масивів, при зміні їх гідрогеологічних умов та дії техногенних факторів є актуальною проблемою, вирішення якої дозволить дати якісну і кількісну оцінку стану ґрунтових масивів при будівництві і експлуатації гідромеліоративних систем, заощадити значні матеріальні ресурси.

**Основний текст.**

Для встановлення вертикальних зміщень поверхні ґрунтового масиву в процесі його осушення були виконані чисельні дослідження на основі



розроблених математичних моделей. За розрахункову схему прийнятий ґрунтовий масив, у якому влаштований осушувальний канал (рис. 1).



**Рисунок 1 - Розрахункова схема ґрунтового масиву, що осушується:**

$WL_t$  – рівень ґрунтових вод на деякий момент часу  $t$ ;

$WL_0$  – початковий рівень ґрунтових вод.

Математична модель задачі в зміщеннях на момент часу  $t$  (момент часу, коли поверхня ґрунтових вод опуститься на рівні дна каналу) в області нижче рівня ґрунтових вод  $\Omega_t = \{(x, z) \mid x \in (0, r), z \in (0, h(x, t))\}$  описується наступними диференціальними рівняннями:

$$\mu \Delta u + (\lambda + \mu) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial z} \right) = \gamma_w \frac{\partial H}{\partial x}, \quad (1)$$

$$\mu \Delta w + (\lambda + \mu) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) = \gamma_{sb} + \gamma_w \frac{\partial H}{\partial z} \quad (2)$$

при таких граничних умовах

$$H(x, z, 0) = H_1(x, z), \quad (3)$$

$$H(0, z, t) = H_0(z, t), \quad H(r, z, t) = H_r(z, t), \quad (4)$$

$$\frac{\partial H(x, 0, t)}{\partial z} = 0, \quad H(x, h(x, t), t) = h(x, t), \quad (5)$$

де  $a^2 = \frac{kh_{col}}{\mu_w}$ ;  $k$  – коефіцієнт фільтрації;  $h_{col}$  – потужність фільтраційного потоку;

$\mu_w$  – коефіцієнт водовіддачі;  $H_1(x, z)$  – розподіл напорів у початковий момент часу;  $H_0(z, t)$ ,  $H_r(z, t)$  – напори на лівій та правій межі ґрунтового масиву (відомі функції).

Для розв'язання задачі (1) – (5) потрібно знайти  $h(x, t)$  та  $H_1(x, z)$ . У зв'язку з цим розглянемо дві допоміжні задачі.

Задача 1. В області  $\Omega = \{(x, t) \mid x \in (0, s), t > 0\}$  знайти розв'язок диференціального рівняння



$$\frac{\partial h}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \quad (6)$$

при таких крайових умовах:

$$h(x,0) = h_0(x), \quad (7)$$

$$h(0,t) = h_0(0) - V_0 t, \quad h(s,t) = h_0(s) - V_s t. \quad (8)$$

Для знаходження розміщення рівня ґрунтових вод зліва від дренажного каналу приймемо, що  $s = r_1$ ,  $V_0 = 0$ ,  $V_s = V$  і справа від дренажного каналу -  $s = r_2$ ,  $V_0 = V$ ,  $V_s = 0$ . В обох випадках  $h_0(x)$  - початковий рівень ґрунтових вод. При цьому справа від дренажного каналу необхідне зміщення аргументу на  $r_1 + r_d$ .

Розв'язок задачі має вигляд

$$h(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left( A_n e^{-\left(\frac{\pi n a}{s}\right)^2 t} + \frac{2}{\pi n} (V_0 - V_s (-1)^n) \left(\frac{s}{\pi n a}\right)^2 \left(1 - e^{-\left(\frac{\pi n a}{s}\right)^2 t}\right) \right) \sin\left(\frac{\pi n}{s} x\right) + h_0(0) - V_0 t + \frac{h_0(s) - V_s t - (h_0(0) - V_0 t)}{s} x, \quad (9)$$

$$\text{де } A_n = \frac{2}{s} \int_0^s h_0(x) \sin\left(\frac{\pi n}{s} x\right) dx + \frac{2}{\pi n} (-h_0(0) + h_0(s) (-1)^n).$$

Задача 2. В області  $\Omega = \{(x,z) | x \in (0,r), z \in (0,h_0(x))\}$  знайти розв'язок диференціального рівняння

$$\frac{\partial^2 H_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_1}{\partial z^2} = 0 \quad (10)$$

при таких крайових умовах:

$$\frac{\partial H_1(x,0)}{\partial z} = 0, \quad H_1(x, h_0(x)) = h_0(x), \quad (11)$$

$$H_1(0,z) = H_0(z,0), \quad H_1(r,z) = H_r(z,0). \quad (12)$$

Для знаходження початкового розподілу напорів у ґрунтовому масиві необхідно отримати розв'язок задачі 2, що описується формулами (10) – (12). Для цього здійснимо чисельне конформне відображення області  $\Omega = \{(x,z) | x \in (0,r), z \in (0,h_0(x))\}$  на параметричний прямокутник у площині  $\xi, \eta$  [1].

Чисельний розв'язок крайової задачі (10) – (12) отримаємо шляхом побудови на сітці параметричного прямокутника в площині  $\xi, \eta$  різницевої схеми з використанням шаблону типу “хрест” та розв'язання її ітераційним методом послідовної верхньої релаксації.

Для цього перейдемо до змінних  $\xi, \eta$ :

$$\xi = \xi(x,z), \quad \eta = \eta(x,z). \quad (13)$$

З умов Коші-Рімана маємо:

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{\partial \eta}{\partial z}, \quad \frac{\partial \xi}{\partial z} = -\frac{\partial \eta}{\partial x}. \quad (14)$$



Підставивши (13) у (10), отримаємо

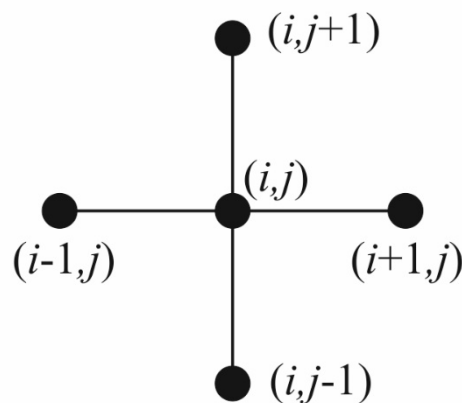
$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 H}{\partial \xi^2} \left( \frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 + \frac{\partial H}{\partial \xi} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial \eta^2} \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 + \frac{\partial H}{\partial \eta} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 H}{\partial \xi \partial \eta} \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \\ & + \frac{\partial^2 H}{\partial \xi^2} \left( \frac{\partial \xi}{\partial z} \right)^2 + \frac{\partial H}{\partial \xi} \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial \eta^2} \left( \frac{\partial \eta}{\partial z} \right)^2 + \frac{\partial H}{\partial \eta} \frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2} + 2 \frac{\partial^2 H}{\partial \xi \partial \eta} \frac{\partial \xi}{\partial z} \frac{\partial \eta}{\partial z} = 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Враховавши те, що  $\xi(x, z)$  та  $\eta(x, z)$  – спряжені гармонічні функції, матимемо

$$\left( \left( \frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 \right) \left( \frac{\partial^2 H}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial \eta^2} \right) = 0, \quad (16)$$

або 
$$\frac{\partial^2 H}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial \eta^2} = 0. \quad (17)$$

Для рівняння Лапласа (17) та граничних умов (11), (12) побудуємо різницеву схему з використанням шаблону типу “хрест” (рис. 2) та розв’яжемо її ітераційним методом верхньої релаксації:



**Рисунок 2 - Різницевий шаблон типу “хрест”**

$$H_{ij}^{s+1} = \frac{w}{4} \left( H_{i-1,j}^{s+1} + H_{i,j-1}^{s+1} + H_{i,j+1}^s + H_{i+1,j}^s \right) + (1-w) H_{ij}^s. \quad (18)$$

Ітерації проводимо до тих пір, поки максимальна різниця між значеннями функції на двох послідовних ітераціях більша від заданої точності  $\varepsilon$ . Отже, стаціонарна задача фільтрації розв’язана чисельно. При цьому знайдені значення функції напору в усіх точках конформної сітки.

Для знаходження деформацій ґрунтового масиву від дії фільтраційного потоку необхідно розв’язати задачу, що описується формулами (1) – (2). Для цього запишемо напруження через переміщення

$$\tau_{xz} = \mu \varepsilon_{xz} = \frac{\mu}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right). \quad (19)$$

Крім цього, згідно [2] мають місце формули:

$$\sigma_n = \sigma_x n_x^2 + \sigma_z n_z^2 + 2\tau_{xz} n_x n_z, \quad \tau_n = \sqrt{P_x^2 + P_z^2 - \sigma_n^2}, \quad (20)$$

де  $P_x = \sigma_x n_x + \tau_{xz} n_z$ ,  $P_z = \tau_{xz} n_x + \sigma_z n_z$  – складові вектора напружень;  $n_x, n_z$  –



напрявляючі косинуси вектора нормалі до верхньої межі  $\Omega_1$ , тобто  $n_x = -\sin \alpha$ ,  $n_z = \cos \alpha$ , де  $\alpha = \arctg(l_1'(x))$ .

Врахувавши (20) і виразивши напруження через переміщення отримаємо:

$$\left( 2\mu \left( \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial x} \right) n_x n_z + \frac{\mu}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) (n_x^2 - n_z^2) \right) \Big|_{z=l_1} = 0, \quad (21)$$

$$\left( (\lambda(n_x^2 + n_z^2) + 2\mu n_x^2) \frac{\partial u}{\partial x} + (\lambda(n_x^2 + n_z^2) + 2\mu n_z^2) \frac{\partial w}{\partial z} + \mu n_x n_z \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right) \Big|_{z=l_1} = \gamma_n (l_1(x) - l(x)). \quad (22)$$

Початкова умова має вигляд:

$$-w(x, l_1(t), t) = l_0(x) - l(x, t), \quad \text{де} \quad l_0(x) = l(x, 0) - w(x, l_1(0), 0).$$

Для розв'язання задачі перейдемо до змінних  $\xi, \eta$ :

$$\begin{aligned} \frac{\mu}{J_1} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} \right) + (\lambda + \mu) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} \left( \frac{\partial \xi}{\partial x} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \eta} \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial \xi} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 + \right. \\ \left. + \frac{\partial u}{\partial \eta} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial \xi}{\partial z} + \frac{\partial^2 w}{\partial \xi \partial \eta} \left( \frac{\partial \xi}{\partial z} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial z} \right) + \frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2} \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial \xi} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x \partial z} + \right. \\ \left. + \frac{\partial w}{\partial \eta} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial z} \right) = \gamma_w \frac{\partial H}{\partial x}, \quad (23) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\mu}{J_1} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2} \right) + (\lambda + \mu) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2} \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial \xi}{\partial z} + \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{\partial^2 u}{\partial \xi \partial \eta} \left( \frac{\partial \xi}{\partial z} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial z} \right) + \right. \\ \left. + \frac{\partial u}{\partial \xi} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x \partial z} + \frac{\partial u}{\partial \eta} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \left( \frac{\partial \xi}{\partial z} \right)^2 + \frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2} \left( \frac{\partial \eta}{\partial z} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial \xi \partial \eta} \frac{\partial \xi}{\partial z} \frac{\partial \eta}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial \xi} \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} + \right. \\ \left. + \frac{\partial w}{\partial \eta} \frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2} \right) = \gamma_{sb} + \gamma_w \frac{\partial H}{\partial z}. \quad (24) \end{aligned}$$

Крайові умови у (23) і (24) в змінних  $\xi, \eta$  набудуть вигляду

$$u(x(\xi, \eta), 0) = 0, \quad w(x(\xi, \eta), 0) = 0, \quad (25)$$

$$u(0, z(\xi, \eta)) = 0, \quad u(r(\xi, \eta), z(\xi, \eta)) = 0, \quad (26)$$

Для чисельного розв'язання задачі створена програма на мові програмування C++ [3].

Практичне застосування отриманих математичних рішень з прогнозування деформацій ґрунтових масивів в процесі їх осушення було виконано на осушувальній системі "Стубла".

В геоморфологічному відношенні ця осушувальна система належить до Верхньо-Прип'ятської алювіально-моренної низовини і Волинського моренного пасма. Топографічна поверхня являє собою плоску, легко хвилясту низовину із загальним слабким похилом поверхні на північ, до долини р. Прип'ять.



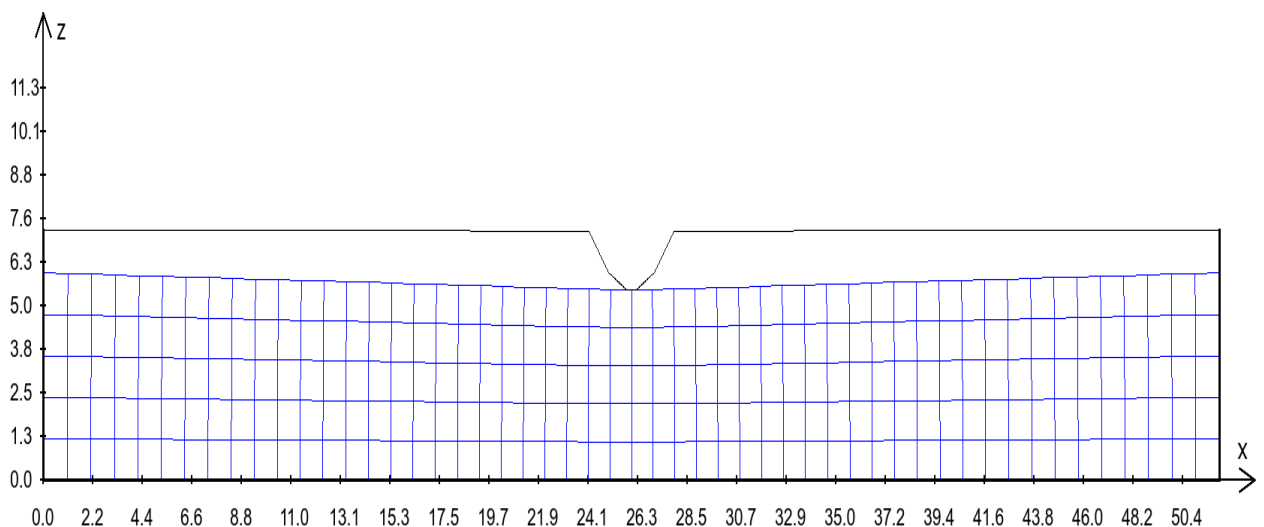
Після осушення даної території службою експлуатації меліоративних систем проводились систематичні спостереження за технічним станом осушувальних каналів і вертикальними зміщеннями поверхні землі. При цьому, були відомі відмітки поверхні землі до початку осушення території.

Топографічне знімання території після її осушення виконувалось в 1208 дискретних точках. Ці спостереження дозволили прослідкувати процес деформацій укосів каналів і вертикальні зміщення осушувальної території під впливом різноманітних факторів, серед яких найбільш важливим є дія гідродинамічних сил від фільтраційного потоку.

На основі спостережень встановлено, що заторфовані ґрунти отримали найбільші вертикальні зміщення, що досягли 0,53м. Пояснюється це наявністю у верхніх шарах осушуваного масиву пухких заторфованих піщаних ґрунтів. Значно менші вертикальні зміщення отримали ділянки землі, складені піщаними ґрунтами і супісками, де максимальні вертикальні зміщення поверхні землі досягли всього 0,13м. Середнє значення вертикальних зміщень по всій території становить 0,38м.

Отримана інформація свідчить про значні зміни рельєфу на даній території в процесі її осушення. Серед з усіх факторів, що можуть впливати на вертикальні зміщення поверхні землі, домінуючими є зміна власної ваги ґрунту і дія фільтраційного потоку.

Згідно з описаним алгоритмом, проведені чисельні експерименти при наступних вхідних даних:  $r = 52\text{м}$ ;  $a = 25\text{м}$ ;  $b = 27\text{м}$ ;  $l(x,0) = 7,3\text{м}$ ;  $h(x,0) = 7\text{м}$ ;  $H_0(z)|_{t=0} = 7\text{м}$ ;  $H_r(z)|_{t=0} = 7\text{м}$ ;  $H_0(z)|_{t=t_1} = 6\text{м}$ ;  $H_r(z)|_{t=t_1} = 6\text{м}$ ;  $\lambda = 10385\text{КПа}$ ;  $\mu = 6920\text{КПа}$ ;  $e_0 = 0,65$ ;  $e_1 = 0,55$ ;  $\gamma_w = 9,8\text{кН} / \text{м}^3$ ;  $\gamma_{sb} = 10,5\text{кН} / \text{м}^3$ ;  $\gamma_n = 16,5\text{кН} / \text{м}^3$ .



**Рисунок 3 - Поверхня ґрунтового масиву та конформна сітка в кінцевий момент часу (момент стабілізації)**

Результати обчислень наведені в таблиці 1. В таблиці 1 наведена висота поверхні ґрунту  $l_t$  в кінцевий момент часу (у початковий момент часу  $l(x,0) = 7,3\text{м}$ ).





**Таблиця 1 - Значення зміщень верхньої межі ґрунтового масиву**

$x, м$	0,0000	1,0829	2,1399	3,1895	4,2333	5,2719
$l(x, t_1), м$	7,2392	7,2380	7,2368	7,2356	7,2344	7,2332
$x, м$	6,3057	7,3349	8,3595	9,3796	10,3952	11,4064
$l(x, t_1), м$	7,2320	7,2308	7,2297	7,2285	7,2273	7,2261
$x, м$	12,4131	13,4153	14,4130	15,4063	16,3952	17,3795
$l(x, t_1), м$	7,2249	7,2237	7,2225	7,2213	7,2202	7,2190
$x, м$	18,3594	19,3347	20,3055	21,2716	22,2329	23,1889
$l(x, t_1), м$	7,2178	7,2166	7,2155	7,2144	7,2133	7,2123
$x, м$	24,1390	25,0800	26,0004	26,9209	27,8619	28,8120
$l(x, t_1), м$	7,2116	7,2110	7,21000	7,21080	7,2121	7,2126
$x, м$	29,7680	30,7293	31,6954	32,6661	33,6415	34,6213
$l(x, t_1), м$	7,2135	7,2145	7,2155	7,2167	7,2178	7,2190
$x, м$	35,6056	36,5944	37,5877	38,5854	39,5876	40,5942
$l(x, t_1), м$	7,2202	7,2213	7,2225	7,2237	7,2249	7,2261
$x, м$	41,6053	42,6209	43,6409	44,6655	45,6946	46,7284
$l(x, t_1), м$	7,2273	7,2285	7,2297	7,2308	7,2320	7,2332
$x, м$	47,7670	48,8107	49,8603	50,9171	52,0000	
$l(x, t_1), м$	7,2344	7,2356	7,2368	7,2380	7,2392	

Чисельний експеримент проведено після повної стабілізації рівня ґрунтових вод, тобто коли пройшло повне осушення ґрунтового масиву.

Результати числових досліджень та їх порівняння з геодезичними вимірюваннями наведено в табл. 2.

**Таблиця 2 - Результати числових досліджень та їх порівняння з геодезичними вимірюваннями**

Номер масиву	Кількість точок геодезичних вимірювань	Вертикальні зміщення, м		Відхилення, %
		геодезичні вимірювання	числове моделювання	
1	585	0,53	0,49	7,5
2	400	0,29	0,26	10
3	173	0,14	0,13	7,0
4	48	0,04	0,035	12,0
5	2	0,13	0,12	8,0

Значення вертикальних зміщень, що прогнозовані при числовому моделюванні, підтвердилися геодезичними вимірюваннями в натурних умовах. Відхилення між експериментальними значеннями вертикальних зміщень та розрахунковими знаходиться в межах 7-12%, що задовольняє прийнятій точності.

### **Висновок.**

1. Проведено чисельні експерименти з дослідження вертикальних і зміщень водонасичених ґрунтових масивів при їх осушенні. Встановлено, що при



осушенні ґрунтового масиву, у зв'язку з різною інтенсивністю фільтраційного потоку найбільше осідання поверхні землі отримуємо на незначній відстані від розміщення дренажного каналу з подальшим зменшенням у напрямку крайніх меж області фільтрації.

Встановлено, що значення вертикальних зміщень поверхні землі, прогнозованих при чисельному моделюванні за розробленою методикою, підтвердились геодезичними вимірюваннями осідань поверхні землі при осушенні ґрунтового масиву в заплаві р. Стубла. Відхилення експериментальних та розрахункових значень осідань знаходяться в межах 7-12% в бік заниження за результатами моделювання.

### Література:

1. Власюк А.П. Автоматическое построение конформных и квазиконформных отображений четырехугольных областей с помощью разностных сеток с „плавающими” узлами / А.П. Власюк, В.Г. Михальчук.– К.: Препр. АН УССР. Ин-т математики; 89.79. – 1989.– 55с.
2. Сергиенко И. В. Математическое моделирование и исследование процессов в неоднородных средах / И. В. Сергиенко, В. В. Скопецкий, В. С. Дейнека. – К.: Наук. думка, 1991. – 432с.
3. Кузло М.Т. Комп'ютерна програма “Моделювання деформацій водонасичених ґрунтових масивів і основ (Shift)” / М.Т. Кузло, І.О. Кушнір // Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 53884 від 28.02.2014 – К.: Державная служба інтелектуальної власності України, 2014.

### References:

1. Vlasyuk A.P. Automatic construction of conformal and quasi-conformal mappings of quadrangular regions using difference grids with "floating" nodes / A.P. Vlasyuk, V.G. Mikhalchuk.- K.: Presidium of the Academy of Sciences of the USSR. Institute of Mathematics; 89.79. – 1989. – 55p.
2. Sergienko I.V. Mathematical modeling and research of processes in heterogeneous environments / I.V. Sergienko, V.V. Skopetsky, V.S. Deineka. – K.: Nauk. dumka, 1991. – 432 p.
3. Kuzlo M.T. Computer program "Modeling of water-saturated soil massifs' and bases' deformations (Shift)" / M.T. Kuzlo, I.O. Kushnir // Certificate of registration of copyright to the work No. 53884 of 28.02.2014 – K.: State Intellectual Property Service of Ukraine, 2014.

**Abstract.** *The mathematical model for predicting deformations of water-saturated soil massifs during their drainage has been developed. The vertical displacements of the ground surface during the construction of drainage channels on the existing hydromelioration system have been modeled. The results of numerical studies have been compared with geodetic measurements of land surface displacements during the drainage of a soil massif in the floodplain of the Stubla River.*

**Keywords:** *soil massif, drainage, mathematical model, vertical displacements*

Стаття відправлена: 15.03.2024 г.

© Кузло М.Т.