



УДК 373.5.016:51:37.091.3:004

USING THE GEOGEBRA PROGRAM IN TEACHING MATHEMATICS IN HIGH SCHOOL: INTERACTIVITY AND PEDAGOGICAL ADVANTAGES ВИКОРИСТАННЯ ПРОГРАМИ GEOGEBRA У ВИКЛАДАННІ МАТЕМАТИКИ В СТАРШІЙ ШКОЛІ: ІНТЕРАКТИВНІСТЬ ТА ПЕДАГОГІЧНІ ПЕРЕВАГИ

Bohatienkova O. Y. / Богатенкова О. Є.

lecturer / викладач

ORCID: 0009-0003-0214-0680

V. O. Sukhomlynskyi Mykolaiv National University,
24 Nikolska St., Mykolaiv, Ukraine, 54006Миколаївський національний університет імені В. О. Сухомлинського,
вул. Нікольська, 24, м. Миколаїв, Україна, 54006

Анотація. XXI століття – час технологій. Комп'ютерна грамотність стала невід'ємною частиною всіх сфер життя, зокрема, освітнього процесу. Зацікавити учнів своїм предметом в умовах сучасності вже неможливо без застосування інтерактивних методів навчання. Інформатизація сучасної освіти передбачає застосування програмних засобів навчального призначення. Не є винятком і курс математики. У його програмі є чимало тем, під час викладання яких доцільно застосовувати інформаційно-комунікаційні технології. Їх використання стимулює пізнавальний інтерес учнів, спонукає до критичного і креативного мислення, а також покращує ефективність самостійної дослідницької роботи.

Все більшу увагу користувачів інтернету, котрим необхідні правильні креслення математичних об'єктів, привертає безкоштовна багатопрофільна програма GeoGebra. Вона допоможе при рішенні задач як загального шкільного курсу математики, так і поглибленого, окрім того, зробить вивчення цієї нелегкої науки більш цікавим. Дана стаття розглядає питання ефективності використання програми GeoGebra у викладанні математики в старшій школі. Дослідження інтерактивних додатків та педагогічних переваг їх застосування в освітній діяльності, безумовно, є актуальними в наш час.

Ключові слова: візуалізація, інформаційно-комунікаційні технології (ІКТ), програма GeoGebra, функція, стереометрія.

Вступ.

Постановка проблеми. У відповідності зі сучасними вимогами до освіти та зростаючим попитом на використання технологій в організації навчальної діяльності, застосування програми GeoGebra у викладанні математики відкриває широкі можливості для покращення процесу навчання та збагачення педагогічної практики. Проте, хоча даний онлайн-застосунок вже широко розповсюджений в усьому світі, наразі існує потреба у більш глибокому розумінні та дослідженні його впливу на освітній процес та результативність навчання учнів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Проблемі формування дослідницьких умінь учнів, необхідних для розв'язування алгебраїчних задач, приділяється значна увага в дослідженнях О. Кострикіна, Г. Токмазова; геометричних задач – В. Гусєва, Т. Раджабова та ін.

У галузі використання інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) для викладання математики проводилися дослідження наступними вченими: К. Уорд, Д. Сміт, М. Джонс, Г. Думанська, Ю. Ботузова, С. Раков, В. Горох, К. Осенков тощо.



В області ефективності застосування геометричного середовища GeoGebra проводили дослідження вчені з різних країн. Деякі з них виконувалися в рамках академічних установ, таких як університети та дослідницькі інститути, інші були спонсовані організаціями, що займаються освітою та дослідженнями в галузі математики та освіти.

Існує чимало посібників та статей автора багатoproфільної програми GeoGebra – Маркуса Хохенвартера. Також слід зазначити роботи, пов'язані з онлайн-застосунком, науковців Р. Зіатдінова, І. Ленчук, А. Франовського, В. Ракути, О. Семеніхіної, М. Друшляк, дисертаційне дослідження Т. Ширикової тощо.

Виділення не вирішених раніше частин загальної проблеми. У програмі математики старшої школи є чимало тем, вивчення яких потребує зрозумілої та докладної візуалізації геометричних об'єктів. Задля цього доцільно використовувати програму GeoGebra. Дана робота зосереджена на дослідженні переваг її застосування.

Мета статті. Головною метою даної роботи є вивчення інтерактивності та педагогічних переваг використання програми GeoGebra у викладанні математики в старшій школі.

Виклад основного матеріалу.

Актуальним завданням школи завжди було і буде знаходження нових способів зацікавлення учнів навчанням, сприяння їх розумовій активності, розвиток творчого та креативного мислення. Наразі постає необхідність у вихованні дитини, як соціально компетентної особистості, здатної до самостійного здобуття знань і навичок, спроможної практично застосовувати їх у реальному житті. Беззаперечно, шкільна математика допоможе у досягненні цієї мети навчання. Адже саме цей предмет сполучає інші, найрізноманітніші науки: інформатику, фізику, хімію, біологію, історію тощо. Математика розвиває мислення: від абстрактного до логічного, формує життєві компетентності, навички, необхідні для становлення усвідомленої, самостійної особистості. Деякі фахівці називають цю науку міжнародною мовою. І це цілком зрозуміло, адже вона являє собою об'єднання загальноприйнятних символів та моделей. Асоціативність і візуалізація є, щонайменше, одними з найважливіших аспектів вивчення математики.

Візуалізація – це процес представлення інформації у вигляді образів, діаграм, графіків тощо [1]. Візуальна освіченість є підґрунтям для свідомого дослідження оточуючої дійсності, глибокого усвідомлення суті того, що ми бачимо. На цій основі стрімко проростають і розвиваються паростки креативності [2, с. 4]. Візуалізація допомагає в розумінні абстрактних понять та процесів, у формуванні асоціацій, запам'ятовуванні інформації, а, отже, в математиці вона є значним інструментом навчання. Є різні способи її застосування на уроках: демонстрація математичних моделей в реальному житті, зображення графіків, діаграм, використання символіки та образів. Інформатизація освітнього процесу дозволяє розширити круг можливостей. Візуалізація геометричних об'єктів вийшла на новий рівень завдяки інформаційно-комунікаційним технологіям. Фахівці рекомендують



використовувати її не тільки задля викладу матеріалу, важливо залучати дітей до створення зображень. З появою комп'ютерних програм і онлайн-застосунків цей процес став легшим та цікавішим.

Ще і сьогодні провідне місце у викладанні предметів займають традиційні засоби – дошка, крейда та друковані джерела (підручники, довідники, задачники). Завдяки ж використанню інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) навчальне середовище можна доповнити відео, звуком, анімацією. Усе це здійснює значний вплив на емоційну сферу школяра, сприяючи підвищенню пізнавальної активності, підвищенню інтересу до предмета та навчання взагалі, активізації навчальної діяльності учнів [3, с. 11].

Програма математики у старшій школі містить чимало тем, в яких правильна та зрозуміла візуалізація математичних об'єктів є важливим кроком для сприйняття й усвідомлення їх суті учнем. Серед них: функції, їх властивості та графіки (зокрема, тригонометричні, показникові та логарифмічні, поняття похідної, інтеграла); рівняння, нерівності, системи рівнянь та нерівностей (в поглибленому курсі, параметр); стереометрія; координати і вектори; об'єми і площі геометричних тіл.

Відповідно до навчальної програми з математики для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів (рівень стандарту), розміщеної на сайті Міністерства освіти і науки України, практична компетентність передбачає, що випускник загальноосвітнього навчального закладу:

- «- вміє будувати і досліджувати найпростіші математичні моделі;
- вміє читати і будувати графіки функціональних залежностей, досліджувати їх властивості;
- вміє класифікувати і конструювати геометричні фігури на площині й у просторі, встановлювати їх властивості, зображати просторові фігури та їх елементи, виконувати побудови на зображеннях;
- вміє вимірювати геометричні величини на площині й у просторі, які характеризують розміщення геометричних фігур (відстані, кути), знаходити кількісні характеристики фігур (площі та об'єми); [4]»

Із впровадженням комп'ютерів в освітній процес прикладна спрямованість математичного навчання значно підвищилась. Дана стаття зосереджена на використанні програми GeoGebra у викладанні математики в старшій школі. Динамічне геометричне середовище дозволяє створювати «живі креслення» для використання під час вивчення таких тем, як функція та її властивості, планіметрія, стереометрія тощо. Це швидко зростаюче співтовариство з мільйонами користувачів. Воно стало головним постачальником програмного забезпечення для динамічної математики, що підтримує освіту в галузі різних наук, технологій, STEM та інновацій в навчанні в усьому світі.

GeoGebra надає багато можливостей для роботи з функціями (побудова графіків, обчислення екстремумів, коренів, інтегралів тощо), виконувати дії з матрицями, керувати геометричними побудовами і т. д. За допомогою готових динамічних моделей можна ілюструвати основні поняття та доведення теорем. Основною особливістю програми GeoGebra є здатність створення динамічних об'єктів. Тобто побудова геометричних конструкцій, що рухаються,



перетворюються, обертаються або трансформуються при зміні одного (декількох) параметрів.

Панель інструментів онлайн-застосунка надає користувачу такі можливості: основні інструменти (переміщення об'єктів; побудова точки, повзунка, перетину, апроксимації прямою; знаходження екстремумів та коренів); редагування (обрання та видалення об'єктів, їх показ та приховання; переміщення полотна; копіювання стилю); медіа (вставка зображення, тексту); вимірювання (кут; відстань або довжина; площа; кут заданої величини; нахил прямої); лінії (відрізок; пряма; промінь; вектор; поляра або діаметр; ламана); кола (коло за центром та точкою на колі/ коло: центр та радіус/ коло за трьома точками; циркуль; півколо; дуга/ дуга за центром та двома точками; сектор/ сектор за трьома точками), багатокутники (многокутник; правильний/ векторний/ жорсткий багатокутник).

Широкий спектр можливостей програм доцільно буде використовувати при розв'язуванні наступних завдань з алгебри:

- обчислення похідної функції (в даному випадку зручно використовувати програму задля перевірки отриманих результатів);
- знаходження рівняння дотичної до графіка функції (слід також застосовувати GeoGebra для самоперевірки, побудувавши графік функції та пряму, після розв'язання задачі аналітичним способом).
- повне дослідження функції та побудова її графіку;
- розв'язання задач з параметрами (використання графічного способу за допомогою GeoGebra або перевірка результатів застосування аналітичного способу) тощо.

На прикладі розв'язання завдання з параметром розглянемо переваги застосування програми GeoGebra.

Приклад 1. Розв'язати систему рівнянь
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2a - 1 \\ (2x + y)^2 = n \end{cases}$$

У відповідь записати кількість розв'язків, яке має рівняння в залежності від параметрів a та n , якщо $-20 < a < 20$.

Розв'язок:

1) $x^2 + y^2 = 2a - 1$ – коло з центром в точці $(0; 0)$ та радіусом $R = \sqrt{2a - 1}$

1.1. Якщо $a < 0,5$, то графік функції розв'язків не має.

1.2. Якщо $a \geq 0,5$, то графік функції розв'язки має.

2) $(2x + y)^2 = n$; $2x + y = \pm\sqrt{n}$

2.1. $2x + y = \sqrt{n}$; $y = \sqrt{n} - 2x$ – пряма паралельна $y = -(\sqrt{n} + 2x)$

2.2. $2x + y = -\sqrt{n}$; $y = -(\sqrt{n} + 2x)$ – пряма паралельна $y = \sqrt{n} - 2x$

3) Схематично зображуємо графіки функцій (рис. 1);

4) Визначаємо мінімальне та максимальне значення повзунка. В даному випадку нам достатньо позначити $a \in (-5; 5)$;

5) Вводимо функцію «Перетин (Об'єкт; об'єкт). Тобто «Перетин (eq1; eq2)». В налаштуваннях усіх точок перетину цих функцій тиснемо на прапорець «Закріпити об'єкт». (рис. 1)

6) Отже, отримаємо такі розв'язки:



6.1. Якщо $a < 0,5$, то $\forall n$ система рівнянь розв'язків не має (рис. 2).

6.2. Якщо $a = 0,5$, $n = 0$, то графіки функцій мають одну спільну точку (рис. 3).

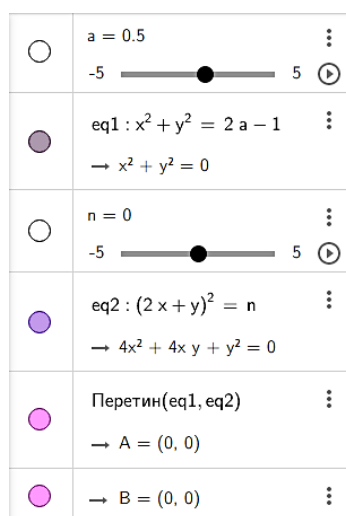


Рисунок 1. Панель об'єктів для прикладу 1

Джерело: розроблено автором (О. Богатєнкова)

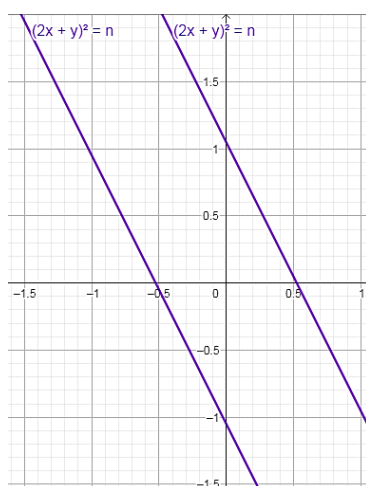


Рисунок 2. Випадок 1, коли система розв'язків не має

Джерело: розроблено автором (О. Богатєнкова)

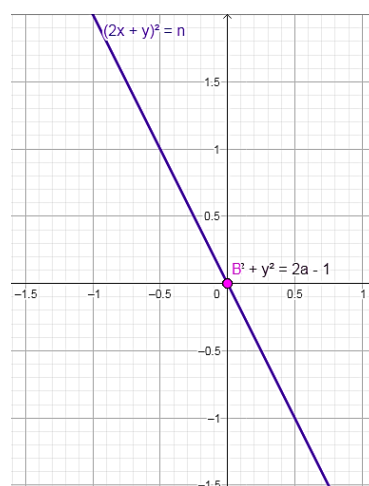


Рисунок 3. Випадок, коли графіки функцій мають одну спільну точку

Джерело: розроблено автором (О. Богатєнкова)

Якщо $a = 0,5$, $n \in [-20; 0) \cup (0; 20]$, то система рівнянь розв'язків не має (рис. 4).

Якщо $a \in (0,5; 20]$, $n = 0$, то графіки функцій мають дві спільні точки (рис. 5).

Якщо $a \in (0,5; 20]$, $n \in [-20; 20]$, то графіки функцій мають дві або чотири спільні точки (рис. 5).

У даному прикладі аналітичний спосіб розв'язання не є доцільним, адже його застосування лише цей процес раціональності, потребує багато часу і не гарантує правильне знаходження коренів. Платформа GeoGebra дозволяє не лише провести перевірку своїх досліджень, а й легко прослідкувати зміну графіків в залежності від значення параметра і швидко знайти кількість розв'язків.

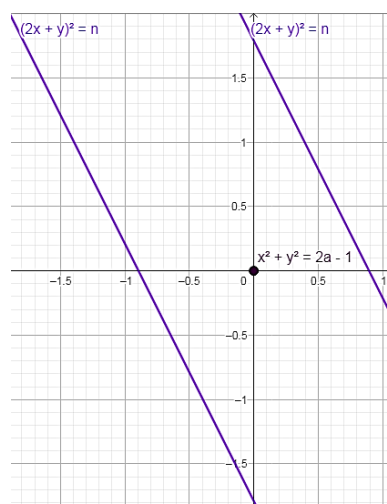


Рисунок 4. Випадок 2, коли система рівнянь розв'язків не має

Джерело: розроблено автором (О. Богатєнкова)

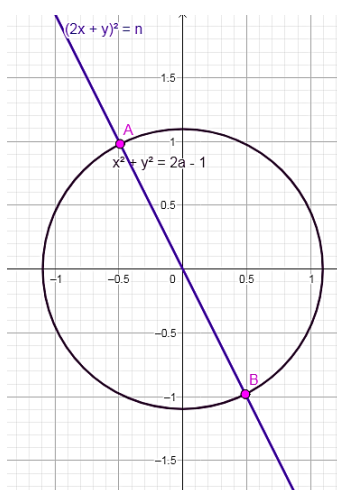


Рисунок 5. Випадок, коли графіки функцій мають дві спільні точки

Джерело: розроблено автором (О. Богатєнкова)

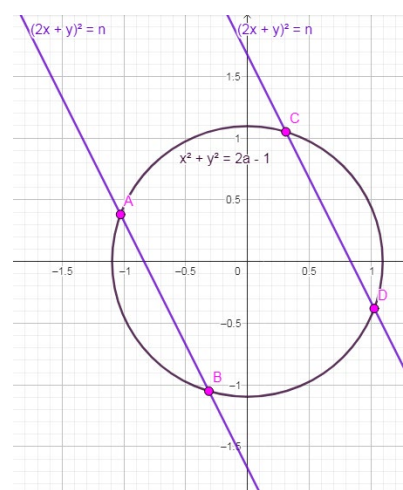


Рисунок 6. Випадок, коли графіки функцій мають чотири спільні точки

Джерело: розроблено автором (О. Богатєнкова)

Відповідь: якщо $a < 0,5$, $\forall n$ та, якщо $a = 0,5$, $n \in [-20; 0) \cup (0; 20]$, то розв'язків немає; якщо $0,5 < a \leq 20$, $n = 0$ то графіки функцій мають дві спільні точки; якщо $0,5 < a \leq 20$, $n \in [-20; 20]$, то графіки функцій мають дві або чотири спільні точки.

Якщо онлайн-застосунок GeoGebra здатен допомогти при вивченні тем з алгебри, то його користь для освоєння геометрії стає очевидною. Однією з основних причин, чому в учнів виникають проблеми з планіметрією та стереометрією, є креслення. Для багатьох завдань – виконати правильну побудову геометричної фігури (особливо, об'ємної) постає складним та незрозумілим. Учні часто не помічають помилок, не приділяють необхідну увагу вибору положення креслення, техніці виконання тощо. Окрім того, деякі з них неправильно сприймають геометричні об'єкти. В їх уяві вони не завжди відповідають тим закономірностям, якими володіють. Для полегшення вивчення



цього розділу математики доцільним буде використання комп'ютера, на екрані якого геометричні тіла постають у тривимірному зображенні, зокрема, у нагоді стане динамічний застосунок GeoGebra.

Підводячи підсумок своїх досліджень, науковці О. Семеніхіна та М. Друшляк рекомендували залучати до навчання стереометрії саме середовище GeoGebra5.0. Ними визначено: «Дослідження доцільності і можливостей його використання у вивченні основних тем курсу стереометрії підтвердило позитивний вплив на всіх суб'єктів навчального процесу» [5, с. 131].

Приклад 2. Роздивимось приклад із кубом. Куб або гексаедр – правильний многогранник, кожна грань якого є квадратом. Окремий випадок паралелепіпеда та призми [6].

В програмі Geogebra ми можемо задати будь-які координати. Для побудови куба нам треба лише дві точки, наприклад $(1; 0; 0)$ та $(0; 1; 0)$. Ввівши їх у рядок введення отримаємо бажану геометричну фігуру (рис. 7).

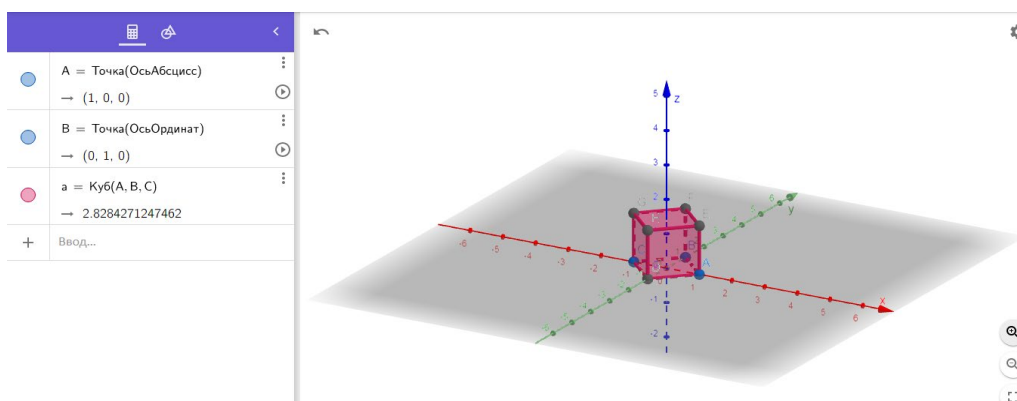


Рисунок 7. Куб та панель об'єктів з його координатами

Джерело: розроблено автором (О. Богатєнкова)

Зображення завжди можна збільшити або зменшити, рухати та редагувати. Програма дозволяє чітко побачити дійсні та уявні сторони (практика доводить, що про наявність останніх учні часто забувають). Динамічне середовище Geogebra дає можливість проявити свою уяву, будуючи усе, що необхідно для розуміння та засвоєння властивостей об'ємних фігур: від розгортки (рис. 8) до перерізу (рис. 9).

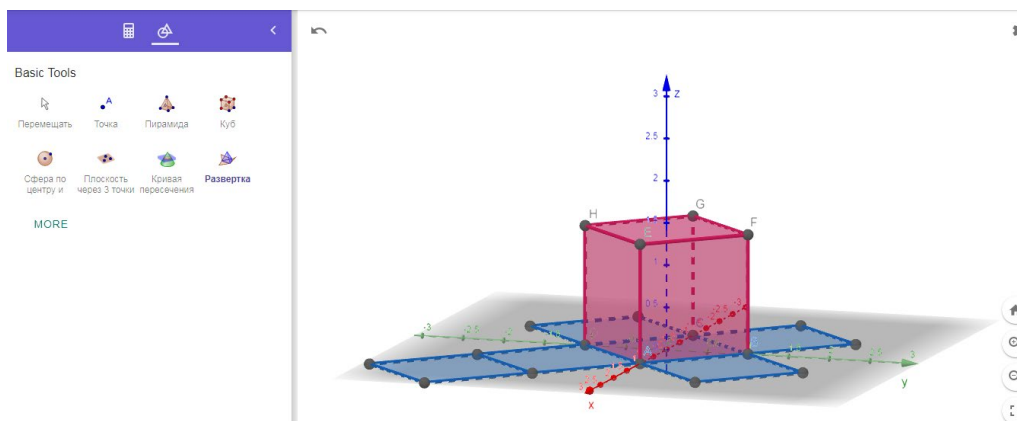


Рисунок 8. Розгортка куба

Джерело: розроблено автором (О. Богатєнкова)

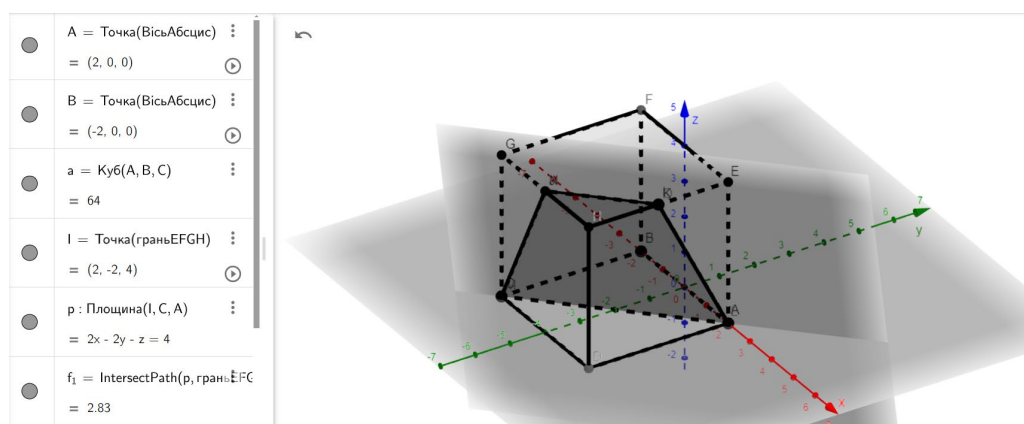


Рисунок 9. Переріз куба

Джерело: розроблено автором (О. Богатєнкова)

Основою геометрії є засвоєння образів математичних об'єктів. Їх побудова та оперування ними в спеціальних комп'ютерних програмах, на кшталт Geogebra, може стати в нагоді при викладанні складного геометричного матеріалу.

Висновки.

У статті було розглянуто основні математичні компетентності випускника закладу загальної середньої освіти, серед яких: вміння класифікувати, читати, будувати та досліджувати геометричні об'єкти (графіки функцій, плоскі та об'ємні фігури тощо), а також переваги використання новітніх технологій задля досягнення цієї мети навчання. Багатьма науковцями та педагогами сучасності доведено, що застосування комп'ютерних програм та онлайн-застосунків під час викладання математики стимулює пізнавальний інтерес учнів, спонукає до критичного і креативного мислення, а також покращує ефективність самостійної дослідницької роботи.

Програма GeoGebra має широкий діапазон можливостей. Інструментарій 3D полотна дає можливість виконувати такі дії, як побудова об'ємної фігури, її перерізу, графіків функцій на координатній площині, допоможе у формуванні асоціацій та правильного уявлення про математичні об'єкти, а також у розв'язуванні рівнянь, нерівностей, систем рівнянь та систем нерівностей графічним способом.

Проведений аналіз функціональних можливостей та досвід застосування геометричного середовища дозволяють зробити висновок, що GeoGebra є інноваційним інтерактивним засобом для викладання математики, що сприятиме підвищенню якості освіти. Створені програмою GeoGebra динамічні моделі, впроваджені в організацію навчання, є перспективним напрямком дослідження на меті модернізації процесу викладання математики.

Список літератури:

1. Formula. Maths, Science & ICT/ Візуалізація на уроках математики – ефективний інструмент навчання/ URL: <https://formula.education/2023/11/28/vizualizacziya-na-urokah-matematyky-efektyvnyj-instrument-navchannya/>



2. Малихін О., Липчевська І. Формування вмінь візуалізації навчальної інформації майбутніх учителів початкової школи: методи діагностики: методичний посібник. Київ: “Видавництво Людмила”, 2023. 72 с.

3. Норкіна О. В. Досвід дослідження актуальних проблем викладання математики у сучасній школі: матеріали обласної науково-практичної Інтернет-конференції. – Черкаси : Вид-во ОПОПП, 2014. – 185 с.

4. Навчальні програми для 10-11 класів (Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти, 2011 рік) URL: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv>

5. Семеніхіна О. В. Інструментарій програми Geogebra 5.0 і його використання для розв’язування задач стереометрії / О. В. Семеніхіна, М. Г. Друшляк // Інформаційні технології і засоби навчання. - 2014. - Т. 44, вип. 6. - С. 124-133. - URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/ITZN_2014_44_6_14

6. Вікіпедія – вільна енциклопедія. URL: <https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D1%83%D0%B1>

Abstract. *The XXI century is a time of technology. Computer literacy has become an integral part of all spheres of life, including the educational process. It is no longer possible to make students interested in their subject without the use of interactive teaching methods. Informatization of modern education involves the use of educational software. The math course is no exception. There are many topics in its program that can be taught using information and communication technologies. Their use stimulates the cognitive interest of students, encourages critical and creative thinking, and improves the effectiveness of independent research work.*

The free multidisciplinary program GeoGebra is attracting more and more attention from Internet users who need correct drawings of mathematical objects. It will help you to solve problems of both general and advanced school courses and will also make the study of this difficult science more interesting. This article discusses the effectiveness of using the GeoGebra program in teaching mathematics in high school. The study of interactive applications and the pedagogical advantages of their use in educational activities is certainly relevant today.

Keywords: *visualization, information and communication technologies (ICT), GeoGebra program, function, stereometry.*

Стаття надіслана: 09.05.2024 р.

© Богатенкова О. Є.