



УДК 658 .338

**MATHEMATICAL MODELS, OPERATIONS RESEARCH AND DECISION-
MAKING METHODS IN LOGISTICS AND PRODUCTION PROCESSES****МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ, ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ ТА МЕТОДИ ПРИЙНЯТТЯ
РІШЕНЬ В ЛОГІСТИЦІ ТА ВИРОБНИЧИХ ПРОЦЕСАХ**

Savenko Volodymyr Ivanovych / Савенко Володимир Іванович
*проф д.т.н., (ФРН), доктор будівництва АБУ Київський національний університет
будівництва і архітектури (КНУБА), Київ,*

Kliueva Viktoriia Vasylivna / Ключева Вікторія Василівна
*старший викладач Київський національний університет будівництва і архітектури
(КНУБА), Київ, Україна*

Polosenko Oleksandr Vasylovych / Полосенко Олександр Васильович
*аспірант Київський національний університет будівництва і архітектури (КНУБА),
Київ, Україна*

Khapantsev Igor Viktorovych / Хапанцев Ігор Вікторович
*аспірант Київський національний університет будівництва і архітектури (КНУБА),
Київ, Україна*

Vladymyrov Oleksii Volodymyrovych/Владимиров Олексій Володимирович
*аспірант Київський національний університет будівництва і архітектури (КНУБА),
Київ, Україна*

Анотація. Існує багато моделей і концепцій досконалості систем. Комплексне дослідження успішних організацій з метою виділення фундаментальних концепцій їх досконалості дуже важлива і цінна інформація для підвищення загальної культури виробництва..

Використання інтелектуальних математичних моделей, інформаційних технологій та концепцій дозволяє краще зрозуміти закони успішності, сформувані відповідний їм виробничий процес і на цій основі швидше, ефективніше і надійніше вдосконалюватися. При цьому підвищується їх ділова культура, конкурентоспроможність, досягаються високі кінцеві результати, задовольняються зацікавлені сторони.

Досягнення збалансованих результатів можливе тільки при наявності моделі процесів, що дає можливість експериментувати та вибрати оптимальні результати, маючи конкретні вимірні чисельні вхідні параметри та чисельні оцінки результатів на виході. Будь-яка діяльність або ініціатива організації може бути високо оцінена, тільки якщо вона забезпечує досягнення запланованих результатів, а досягнення цих результатів, в свою чергу, сприяє реалізації місії і бачення. Досконала організація вміє оцінювати всі напрямки своєї діяльності, спроектувавши для цього єдину систему показників діяльності - від глобальних показників реалізації місії, до операційних показників на нижніх рівнях управління.

Лідери успішних організацій мають бачення майбутнього організації, досить яскраве і чітке на основі вимірних реальних конкретних показників, щоб надихнути весь персонал на творчу роботу по його досягненню. Дуже важливим є вміння володіти математичним апаратом для побудови моделей процесів і використання їх у практичній роботі. Кращі організації не обмежують вдосконалення діяльності, а прагнуть покращувати всі фактори, всі параметри що впливають на досягнення їх місії і бачення, забезпечити сталий розвиток в довгостроковій перспективі. Ключовою умовою сталого майбутнього організації є інноваційна діяльність персоналу та стійке майбутнє суспільства, в якому ця організація працює..



Концепції досконалості, по суті своїй, є соціально орієнтованими. Для успіху необхідна підтримка суспільства і держави.

Ключові слова: математичні модери, концепція досконалості, параметри процесу, інноваційна діяльність.

Вступ.

З давніх давен людство вдосконалювало і широко використовувало наукові методи в своїй практичній діяльності. Наука завжди була необхідним і ефективним рушієм технічного та економічного прогресу. Науковим теоріям, відкриттям і винаходам передувало створення чи спостереження і дослідження природних явищ чи їх моделей. Теорія завжди була пов'язана з практикою. Часто практика випереджала теорію, але теорія брала своє і давала подальший розвиток практичному досвіду та була необхідною умовою для обміну інформацією та інноваційної діяльності.

Основний текст.

Однією з теорій, яка дає можливість застосовувати наукові методи при прийнятті управлінських рішень, є «дослідження операцій».

Офіційно часом зародження цієї теорії є період II світової війни, коли міністерство військово-повітряних сил Англії створило на одному з дослідницьких полігонів невеликий відділ для вивчення питань використання радіолокаційних станцій у загальній системі оборони. Під дослідженням операцій стали розуміти науковий метод, що дає у розпорядження військового командування або іншого виконавчого органу кількісні підстави для прийняття рішень по управлінню діями військ або інших організацій, що знаходяться в його підпорядкуванні.

Дослідження операцій як метод можна однаково застосовувати у будь-яких галузях. Наприклад, такі різні за конкретним проявом господарські процеси, як організація економічного складування продукції та підвищення кваліфікації працівників якоїсь спеціальності, описуються однією математичною моделлю – системою лінійних алгебраїчних рівнянь.

Типові математичні моделі, які описують цілий клас задач, отримали в теорії деякі умовні назви. Перелічимо та коротко охарактеризуємо деякі найбільш розповсюджені типи задач, які розв'язуються керівниками в



організаційних системах:

- 1) задачі управління запасами;
- 2) задачі розподілу;
- 3) задачі масового обслуговування;
- 4) задачі впорядкування;
- 5) задачі вибору маршруту;
- 6) задачі заміни;
- 7) змагальні задачі.

Задачі управління запасами

Запаси – це ресурси, які в даний момент часу не використовуються. Основні види ресурсів, з якими доводиться мати справу господарським керівникам, - це матеріали, машини, грошові кошти, а також людські ресурси. Задача управління запасами виникає у тих випадках, коли наявність невикористовуваних ресурсів призводить до витрат, характер яких не є однорідним: одні зростають із збільшенням запасів, інші зменшуються (спадають).

У таких ситуаціях ставиться питання про визначення оптимальної величини запасу на складі з точки зору мінімізації критерію «сумарні витрати».

Приклади витрат, що зростають із збільшенням запасу: складські витрати; втрати, пов'язані зі старінням та псуванням; втрати від збільшення обсягу облікових операцій тощо.

Витрати, що зменшуються із збільшенням запасів, пов'язані з відсутністю запасів та несвоєчасною поставкою; із зменшенням обсягу підготовчо-завершальних операцій; з ефектом оптових закупок; з ефектом більш раціональної спеціалізації працівників постачальницько-збутових та виробничих підрозділів та ін.

Розмір даних витрат залежить від багатьох факторів і, в першу чергу, від розмірів «партії» та тривалості інтервалу між поставками. Отже, необхідно оптимальним чином визначити ці параметри.

Розглянемо ситуацію, що виникає в одному із складських господарств. Нехай попит на продукт P є постійним і дорівнює h тонн на добу. Нестача



продукту неприпустима. Поповнення складу відбувається партіями по n тонн. Затрати на доставку однієї партії на складне залежать від розміру партії, постійні і дорівнюють C_0 гривень. Вартість зберігання 1 тонни за добу дорівнює C_t . Загальний попит за інтервал часу T дорівнює N тонн.

Однак не обов'язково завозити на склад одразу усі N тонн продукту. Можливо, що це вигідніше робити у декілька прийомів, поповнюючи склад через інтервали часу τ партіями по n тонн. Всього партій буде m .

Очевидно:

$$\begin{aligned} N &= mn, \\ T &= m\tau, \\ n &= h\tau. \end{aligned} \quad (1)$$

Це умови розв'язку. Величини N , T , C_0 та C_t – задані. Необхідно визначити економічні розміри партії n , число партій m та їх періодичність τ , так щоб сумарні витрати на зберігання та доставку виявились найменшими.

Витрати на зберігання однієї партії продукту виражаються величиною $(1/2)nC_t\tau$, тому сумарні витрати по доставці та зберігання однієї партії дорівнюють $C_0 + (1/2)nC_t\tau$. Таким чином, сумарні витрати C по доставці та зберігання продукту на складі за весь період будуть дорівнювати

$$C = mC_0 + (m/2)C_t n\tau. \quad (2)$$

Рівняння (2) та умови зв'язку (1) являють собою математичну модель задачі. Це система лінійних алгебраїчних рівнянь з трьома невідомими n , m , τ .

Розв'яжемо цю систему. Використовуючи умови зв'язку (1), замінимо у (2) m і τ через h . Тоді

$$C = NC_0/n + C_t Tn/2. \quad (3)$$

Щоб знайти мінімум C , необхідно визначити, при якому n_0 похідна $\frac{dC}{dn} = 0$.

З (3) маємо:

$$\frac{dC}{dn} = -NC_0/n^2 + C_t T/2 = 0. \quad (4)$$

$$\text{Очевидно, що } \frac{dC}{dn} = 0 \text{ при } n_0 = \sqrt{2NC_0/C_t T}. \quad (5)$$



Таким чином визначається оптимальний розмір партії продукту, а потім з умов зв'язку (1) і оптимальні розміри циклу поставок τ_0 та числа партій m_0 :

$$\tau_0 = m_0 / h, \quad (6)$$

$$m_0 = N / n_0. \quad (7)$$

Ми розглянули найпростішу модель управління запасами, так звану модель з фіксованим розміром замовлення. Ця модель може бути ускладнена за рахунок зняття такої умови, як неприпустимість відсутності продукту на складі. У цьому випадку треба врахувати збитки від тимчасового незадовільнення попиту та увести їх в модель.

Таким чином, первісна найпростіша модель допускає нарощування та ускладнення, в процесі якого може знадобитися і використання нових математичних засобів для її розв'язання.

Задачі розподілу

Типовими умовами, в яких розв'язується задача розподілу, є такі:

- 1) існує ряд операцій (будь-якого виду), які повинні бути виконані;
- 2) мається достатня кількість ресурсів для виконання цих операцій;
- 3) принаймні, деякі операції можна виконувати різними способами, використовуючи різну кількість та різні комбінації ресурсів;
- 4) деякі способи виконання операцій кращі за інші (менш дорогі, дають більший ефект);
- 5) наявна кількість ресурсів недостатня для виконання кожної операції оптимальним способом.

Задача полягає у виборі такого розподілу ресурсів за операціями, при якому досягається максимальна загальна ефективність системи. Наприклад, можуть мінімізуватися сумарні затрати або може максимізуватися сумарний прибуток.

Найпростіший варіант такої задачі, коли для виконання одної операції потрібен один вид ресурсу, а число операцій та ресурсів співпадає, отримав назву *задачі про призначення*.

Більш загальний випадок, коли для виконання одної операції потрібно декілька видів ресурсів і один ресурс може брати участь у різних операціях,



отримав назву *транспортної задачі*.

Математичний апарат, який використовується для побудови такого роду моделей розв'язування відповідних оптимізаційних задач, - методи *математичного програмування*. Різні види програмування – лінійне, нелінійне, стохастичне, параметричне та динамічне – відрізняються видом використовуваної інформації та прийнятими припущеннями.

Задачі масового обслуговування

Важливість задачі швидкого обслуговування черги покупців, відвідувачів тощо зрозуміла кожному. Специфіка ситуації, що при цьому складається, приводить до побудови моделей, які називаються *моделями обслуговування*. В термінах моделі обслуговування – особи чи об'єкти, незалежно від їхньої природи, які стоять у черзі, називаються заявками або клієнтами; мета їх очікування – операція обслуговування; місце, де виконуються операції – засіб обслуговування.

Для системи «клієнти – засіб обслуговування» характерно, що майже завжди мають місце або клієнти, що простоюють, або засоби обслуговування та (або) обслуговуючий персонал, що простоюють. І те, і інше призводить до виникнення витрат, тому задача зводиться до мінімізації їх сумарної величини.

Порядок розвантаження суден в порту, роботи персоналу довідкових телефонних служб, структура та обсяг операцій, що надаються установами сервісу, - типові приклади задач масового обслуговування. Математичний апарат теорії масового обслуговування – апарат теорії ймовірностей, а також теорії диференціальних та інтегральних рівнянь.

Задачі впорядкування

В задачах масового обслуговування клієнтів порядок обслуговування заявок або заданий заздалегідь, або утворюється стихійно. Розв'язування задачі впорядкування передбачає визначення такого порядку обслуговування заявок, за якого мінімізується загальна тривалість обслуговування або деяка функція, залежна від витрат в обслуговуванні.

Математичний апарат задач впорядкування розвинений ще недостатньо.



Лише задачі обмеженої розмірності можуть розв'язуватись точними аналітичними моделями. У більш складних випадках необхідно вдаватися до моделювання на ЕОМ. Задачі такого типу виникають при плануванні проведення ремонтних робіт, переоснащення станочного парку, робіт по освоєнню нової продукції та ін.

Для постановки та розв'язування задач впорядкування необхідна інформація про необхідну послідовність виконання операцій обслуговування, тривалість операції і затрати ресурсів на її виконання.

Задачі заміни

Стандартні ситуації, в яких виникають задачі заміни, пов'язані з погіршенням характеристик елементів системи у процесі їх експлуатації або виходом з ладу, тобто відмовою.

Так, наприклад, складська або транспортна тара багаторазового використання постійно зношується, втрачає свої властивості. Часто ремонтувати (замінити) тару – означає збільшувати витрати за статтею ремонту. Скорочення витрат по ремонту тари може привести до збільшення втрат на псування продуктів (в результаті погіршення умов зберігання). Отже, необхідно визначати оптимальний період ремонту (оновлення) тарного господарства, для того щоб забезпечити мінімум сумарних витрат та втрат.

Описані на якісному рівні математичні моделі задач прийняття організаційно-економічних рішень можна застосовувати при виконанні таких умов (умови Д. Шлессинжера):

- критерій (ціль) може бути точно визначений;
- може бути побудована формальна модель, яка виражає зв'язки між критерієм, змінними та існуючими обмеженнями;
- є достатня кількісна інформація, що дозволяє здійснити розумне визначення параметрів;
- значення вибраного критерію однозначно виражають корисність окремої альтернативи, визначеної фіксованими значеннями змінних.

На практиці найбільш вірогідне виконання цих умов на нижньому та



середньому рівнях управління для технічних та повторюваних функцій у стандартних ситуаціях, тобто при прийнятті в основному оперативних, тактичних, а не стратегічних та унікальних рішень.

В найбільш загальному вигляді математичні моделі, що використовуються у детермінованих задачах вибору рішень, можуть бути представлені як

$$z \in G_z \subset Z, \quad (8)$$

де Z – простір змінних, z – змінні моделі, G_z – множина допустимих значень змінних.

Для вибору найбільш раціонального рішення повинна бути визначена система показників (критеріїв), що характеризують якість кожного з можливих рішень, тобто

$$f_i(z), i=1, \dots, r. \quad (9)$$

Значення показників при різних допустимих значеннях змінних слугують основою для вибору рішення. Найбільше розповсюдження у прикладних дослідженнях отримав оптимізаційний підхід, заснований на формулюванні єдиного показника, величина якого є критерієм вибору найкращого рішення з множини можливих. Формалізована постановка даної задачі має такий вигляд:

$$f(z) \rightarrow \max \text{ при } z \in G_z. \quad (10)$$

За наявності деяких показників (критеріїв) у деяких випадках вдається шляхом використання згортки побудувати на їх основі єдиний. Під згорткою показників розуміють побудову функції $U(z)=F(f_1(z), \dots, f_m(z))$, яка може бути використана як критерій замість системи показників (9). Один з методів згортки («економічний») полягає у заданні додатних величин $\lambda_i(i=1, \dots, r)$, на основі яких критерій формулюється у вигляді:

$$U(z) = \sum_{i=1}^r \lambda_i f_i(z). \quad (11)$$

Величини λ_i мають зміст цінності одиниці кожного з показників, оцінюючи його вклад у збільшення критерію задачі.

Тоді для моделі (8) можна поставити таку задачу вибору найкращого

рішення: знайти $z^* \in Z$, на якому досягається $\max_{z \in G_z \subset Z} U(z)$.



Таку задачу вибору рішень називають задачею оптимізації, а те допустиме значення z^* , при якому досягається розв'язок задачі оптимізації, - оптимальним. Пошук оптимального значення z^* здійснюється з використанням методів математичного програмування.

Проблеми вибору рішень з використанням точних математичних моделей відносяться до класу кількісно структурованих проблем, в яких залежності можуть бути виражені у чисельних оцінках.

Разом з цим в організаційних системах існує велика кількість неструктурованих або якісно виражених проблем прийняття рішень, в яких кількісні залежності невідомі. Існують слабо структуровані або змішані проблеми.

Важлива особливість подібних проблем полягає у тому, що їх модель або правило відбору альтернативних рішень можуть бути побудовані тільки на основі додаткової суб'єктивної інформації, отриманої від людини, яка бере участь у вирішенні проблеми.

Сучасні методи теорії прийняття рішень прописують певні норми поведінки ОПР. В основу цієї теорії покладена концепція, яка пов'язує такі поняття, як суб'єктивна ймовірність та корисність результатів, а також гіпотеза, у відповідності до якої ОПР повинна завжди вибирати альтернативу з максимальною очікуваною корисністю.

До таких методів насамперед відноситься широко розповсюджена на практиці група методів багатокритеріальної оцінки альтернатив.

При використанні методів даного типу виникають дві основні проблеми: як отримати оцінки кожної з альтернатив за окремими критеріями та як об'єднати, агрегувати ці оцінки у загальну оцінку корисності альтернативи.

Висновки.

1. Математичні моделі дослідження операцій мають важливе значення в розвитку виробничих сил та виробничих відносин. організацій та суспільства в цілому.

2. Кількісна оцінка параметрів технологічних процесів необхідна для



зменшення невизначеності та стохастичності.

3. Математичні моделі дозволяють оптимізувати рівень витрат ресурсів при виконанні будь-яких процесів (підготовчих, постачальницько-збутових, логістичних, виробничих та ін.).

4. Динамічні, стохастичні процеси можуть відтворюватись за допомогою інтелектуальних, інформаційних інструментів лінійного програмування та математичних моделей, що дає можливість виконання більш точного планування, прогнозування та моніторингу процесів.

5. Методи математичного програмування дають можливість кількісно структурувати проблеми функціонування процесів і ефективно ними управляти.

Література:

1 Савенко В.І., Доценко С.І., Куліков П.М., Гончаренко Т.А., Ковальчук О.Ю., Нестеренко І.С., та ін. Дослідження і математичне моделювання організаційних структур та інтелектуальні інформаційні інструменти в організації і управлінні будівництвом. Вид.2 Монографія –Київ: Центр учбової літератури, 2022-236с. ISBN 978-611-01-2665-6

2. Савенко В.І., Калита П.Я., Фіалко Н.М., Макаренко В.Д., Ключова В.В., Нестеренко І.С., Кущенко І.В. та ін. Менеджмент якості в будівництві та виробничі організаційні системи. Вид.3 Монографія –Київ: Центр учбової літератури, 2022-236с. ISBN 978-611-01-1130-0

3. Савенко В.І., Гончаренко Т.А., Нестеренко І.С., Шатрова І.А., Демидова О.О. Якість управління, його вимірювання і поліпшення. Управління розвитком складних систем.-Київ, 2022 №50.52-59с. DOI:10.32347/2412-9933.2022.50.52-59. ISSN 2219-5300

4. Савенко В.І. Доценко С.І. та ін... Монографія Конкурентоздатність будівельної організації – основа виживання економіки УАН Центр навчальної літер. К. 2017 -128с.

5. С.С. Савенко, В.І.Савенко та ін..-Монографія Аналіз фінансового стану будівельної організації _К. УАН Центр навч. літер. –К. 2017 95с.



6. Ichak Adizes. Corporate Lifecycles how and why corporations grow and die and what to do about it Prentice. Hall.

7. Савенко В.І. Доценко С.С. та ін.. Менеджмент якості в будівництві і геном ділової досконалості організації Монографія –К.Центр учбової літератури .2017-232с.

8. Шкворец Ю.Ф. Програмно-цільове управління формуванням і реалізацією державних пріоритетів науково-технічного та інноваційного розвитку Монографія.-К.пп Сердюк В.Л. 2016-804с.

9. Гретченко А.И. Теория организации: разнообразие отношений в развитой рыночной экономике / А.И.Гретченко // Научные труды ДонНТУ. Серия: экономическая. Вып. 89-2,-Донецк,2005. –с.22-27

10. Davis L.E., North D.C. Institutional Change and American Economic Growth.Cambridge (UK): Cambridge University Press, 1997. – 7p.

11. Williamson O.E. The Mechanisms of Governence.Oxford:Oxford University Press, 1996. – 378p.

12. Якубенко В.Д. Базисні інститути у трансформаційній економіці / В.Д.Якубенко. – К.: КНЕУ,2004. – 252с.

***Abstract.** There are many models and concepts of system excellence. A comprehensive study of successful organisations in order to identify the fundamental concepts of their excellence is very important and valuable information for improving the overall production culture.*

The use of intelligent mathematical models, information technologies and concepts allows for a better understanding of the laws of success, the development of a production process that is appropriate to them, and, on this basis, faster, more efficient and reliable improvement. This improves their business culture and competitiveness, achieves high end results, and satisfies their stakeholders.

Achieving balanced results is possible only if there is a process model that allows experimentation and selection of optimal results, having specific measurable numerical input parameters and numerical estimates of output results. Any activity or initiative of an organisation can be highly appreciated only if it ensures the achievement of the planned results, and the achievement of these results, in turn, contributes to the realisation of the mission and vision. A perfect organisation is able to evaluate all areas of its activities by designing a unified system of performance indicators - from global mission indicators to operational indicators at the lower levels of management.

Leaders of successful organisations have a vision of the organisation's future that is bright and clear enough, based on measurable, realistic specific indicators, to inspire all staff to work creatively to achieve it. It is very important to have the ability to use mathematical tools to build process models and use them in practical work. The best organisations do not limit improvement to performance, but strive to improve all factors, all parameters that affect the achievement of their mission and vision, and ensure sustainable development in the long term. The key to the sustainable future of an organisation is the innovative activity of its staff and the sustainable future of the society in which it



operates.

The concepts of excellence are inherently socially oriented. Success requires the support of society and the state.

Key words: *mathematical modelling, concept of excellence, process parameters, innovation activity*