



УДК 66.047.3

MATHEMATICAL MODEL OF PARTICLE MOTION IN A VORTEX APPARATUS

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РУХУ ЧАСТИНОК У ВИХРОВОМУ АПАРАТІ

Sokolovska I.Ye / Соколовська І.Є.*s.t.s., as.prof. / к.т.н., доц.*

ORCID: 0000-0001-5014-0501

Krytskyi Ye.D. / Крицький Є.Д.*std. / студ.**Dniprovsky State Technical University,**Kamianske, Dniprobudivska, 2, 51918**Дніпровський державний технічний університет,**Кам'янське, Дніпробудівська, 2, 51918*

Анотація. В роботі представлено математичну модель руху частинок матеріалу у вихровому апараті під час термообробки. Розроблено комплексну математичну модель, яка враховує процеси нагріву частинок, їх тривимірний рух та взаємодію з потоком теплоносія. Запропонований підхід дозволяє детально аналізувати кінематичні та теплові характеристики частинок у вихровому потоці, що є ключовим аспектом для оптимізації процесів сушіння та термообробки.

Тестові розрахунки, проведені на основі розробленої моделі, підтверджують її якісну адекватність реальним фізичним процесам. Отримані результати демонструють, що модель може бути використана для оцінки та прогнозування різних режимів сушіння матеріалів у вихрових апаратах. Це дає можливість більш ефективно контролювати параметри процесу, зменшувати енерговитрати та покращувати якість кінцевого продукту.

Отримані дані можуть бути використані в методиках розрахунку тепломасообмінних вихрових пристроїв, а також у подальших дослідженнях, спрямованих на вдосконалення конструкцій вихрових апаратів та оптимізацію режимів їхньої роботи.

Ключові слова: вихровий апарат, турбулентність, траєкторія руху, термообробка, тепломасообмін.

Вступ.

У виробництві теплоізоляційних матеріалів активно використовуються різноманітні тепломасообмінні апарати, зокрема вихрові, які застосовуються на завершальних стадіях технологічного процесу, таких як сушіння або випалювання дрібнодисперсних частинок.

Процес сушіння у вихровому апараті відбувається під час перебування частинок у ньому завдяки їхній взаємодії з повітряними потоками. Очевидно, що чим триваліший цей процес, тим вища його ефективність.

Актуальність досліджень у цій сфері зумовлена необхідністю підвищення енергоефективності теплоізоляційного виробництва, оптимізації процесів



сушіння та випалювання, а також покращення якості кінцевої продукції. Розуміння особливостей руху та тепломасообміну частинок у вихрових апаратах дозволяє вдосконалювати технологічні режими, зменшувати витрати енергоносіїв і підвищувати продуктивність обладнання.

Постановка задачі.

Дослідження руху матеріалів у вихрових апаратах методом прямих експериментів є складним завданням через нелінійність і нестационарний характер процесу. Проте траєкторії руху частинок у таких апаратах можна визначити за допомогою чисельного моделювання, використовуючи розрахункові поля швидкостей газової фази, отримані в попередньому дослідженні [1].

Під час сушіння розмір частинок змінюється, що впливає на їхню взаємодію з газовою фазою. Експериментальні дані свідчать, що зі збільшенням температури відбувається зростання діаметра досліджуваних частинок (рис. 1). Отже, для точного визначення траєкторій руху частинок необхідно одночасно враховувати їхню температуру.

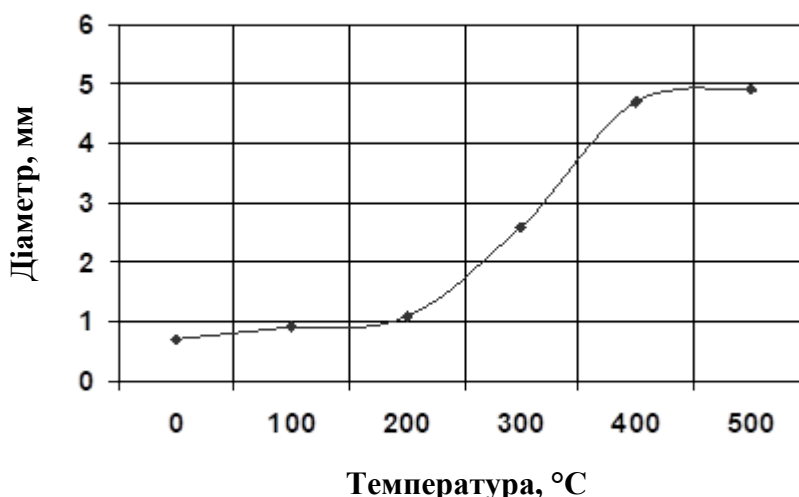


Рисунок 1 – Залежність діаметру частинки d від температури T

Розрахунок траєкторії руху частинок за різних умов вивчався багатьма авторами [2, 3]. Відмінністю цієї роботи є те, що рух частинок було розраховано



для тривимірного поля швидкостей, отриманого в роботі [1], з урахуванням умов сушіння у вихровому апараті, а також зміни розміру частинки, її густини та маси.

Результати роботи.

Припускається, що частинка падає вертикально вниз із початковою швидкістю v_0 . Під час руху в апараті на неї діє сила:

$$\vec{F} = \vec{F}_a + \vec{F}_s, \quad (1)$$

що складається з архімедової сили:

$$\vec{F}_a = (m - m^*)\vec{g}, \quad (2)$$

де m і m^* — маса частинки та витісненого нею повітря відповідно, а також сили опору:

$$\vec{F}_s = -C_R S \frac{\rho_r}{2} |v - v_r| (\vec{v} - \vec{v}_r), \quad (3)$$

де C_R - коефіцієнт опору,

S - переріз частинки,

ρ_r - її густина,

\vec{v}, \vec{v}_r - швидкості частинки й газу відповідно.

Варто зазначити, що коли густина частинки значно перевищує густину повітря ($m \gg m^*$), архімедова сила наближається до сили тяжіння.

Рівняння руху частинки має вигляд:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{f}, \quad (4)$$

де $\vec{f} = \vec{F}/(m + \kappa m^*)$ та κ - коефіцієнт приєднаної маси.

Процес нагрівання частинки за умови її сферичної форми описується одномірним рівнянням дифузійного теплообміну:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right), \quad (5)$$

де T - температура,

a – коефіцієнт температуропровідності частинки;

r - відстань від її центру (радіальна координата).

На межі частинки має місце конвективна тепловіддача:

$$q = \alpha(T_p - T_g), \quad (6)$$

Яка визначає крайові умови для рівняння (5), де q - густина теплового



поток на межі частинки, T_p та T_g - температури поверхні частинки та навколишньої газової фази та α - коефіцієнт тепловіддачі.

Коефіцієнт α залежить від діаметру частинки d і його зручно виразити через безрозмірний критерій Нусельта Nu :

$$\alpha = Nu\lambda_e/d, \quad (7)$$

де λ_e - ефективний коефіцієнт теплопровідності газу [2, 3], який враховує турбулентний характер руху. Його значення обирають виходячи з співвідношення:

$$\lambda_g = C\rho_g\nu_e, \quad (8)$$

де C та ρ_g - теплоємність та густина газу;

ν_e - ефективний коефіцієнт кінематичної в'язкості, який визначається за трьохпараметричною алгебраїчною моделлю турбулентності та газодинамічні частині розрахунку в [1].

Рух частинки розглядається в циліндричних координатах ρ , ϕ , z . При цьому рівняння (4) приймає вигляд:

$$\frac{dv_\rho}{dt} = \frac{v_\phi^2}{\rho} + f_\rho, \quad (9)$$

$$\frac{dv_\phi}{dt} = -\frac{v_\rho v_\phi}{\rho} + f_\phi, \quad (10)$$

$$\frac{dv_z}{dt} = f_z, \quad (11)$$

де індекс у швидкості та у питомій сили має значення їх компоненти в циліндричних координатах.

Для компонент швидкості має наступне:

$$v_\rho = \frac{d\rho}{dt}, \quad v_\phi = \rho \frac{d\phi}{dt}, \quad v_z = \frac{dz}{dt}. \quad (12)$$

Чисельно система рівнянь (9) – (11) вирішується методом Крамера-Ейлера.

$$v_\rho^{n+1} = v_\rho^n + \Delta t[(v_\phi^n)^2/\rho^n + f_\rho^n], \quad (13)$$

$$v_\phi^{n+1} = v_\phi^n + \Delta t[-v_\rho^n v_\phi^n/\rho^n + f_\phi^n], \quad (14)$$

$$v_z^{n+1} = v_z^n + \Delta t f_z^n, \quad (15)$$

$$\rho^{n+1} = \rho^n + \Delta t v_\rho^{n+1}, \quad (16)$$



$$\phi^{n+1} = \phi^n + \Delta t(v_\phi^{n+1}/\rho^{n+1}), \quad (17)$$

$$z^{n+1} = z^n + \Delta t v_z^{n+1}, \quad (18)$$

де n - номер часового шару;

Δt - крок за часом.

В якості розрахункової частини, як і в роботі [2], обрано внутрішню частину циліндру. При визначенні сили опору (3) руху частинку в газовому потоці, попередньо обраховується площа його поперечного перетину $S = \pi d^2/4$ з використанням графічної залежності, заданої на рис. 1.

Для цього розраховується температура частинки з використанням явної різницевої схеми [3]:

$$T_i^{n+1} = T_i^n + \Delta t a [(i-1)T_{i+1} - 2(i-1,5)T_i + (i-2)T_{i-1}]/(i-1,5)/\Delta r^2, \quad (19)$$

де Δt та Δr - крок за часом та радіусі відповідно;

n - номер часового шару;

i - номер просторової комірки (температури визначаються у центрі комірок).

В якості температури, яка визначає діаметр частинки, обирається середня температура по всім коміркам.

Проведена серія тестових розрахунків моделі, підтверджує її якісну відповідність досліджуваному процесу.

Конкретна траєкторія руху частинки значною мірою залежить від місця її входу в об'єм вихрового апарата і визначається переважно (окрім сили тяжіння) впливом вихрових газових потоків. Так, захоплена газом частинка може здійснювати гвинтоподібний рух (рис. 2) аж до моменту виходу з апарата. Водночас чисельні експерименти демонструють досить нерегулярний характер руху частинок. У розрахунках спостерігалися як траєкторії з ділянками стаціонарного витання (рис. 3), так і досить цікаві варіанти можливого руху частинок, наприклад, варіант, зображений на рис. 4.

Під впливом сили тяжіння та газових потоків частинка загалом може рухатися вниз, а потім, потрапляючи у висхідні потоки, певний час рухатися у верхньому напрямку. Зрештою, вона все ж покидає об'єм апарата.

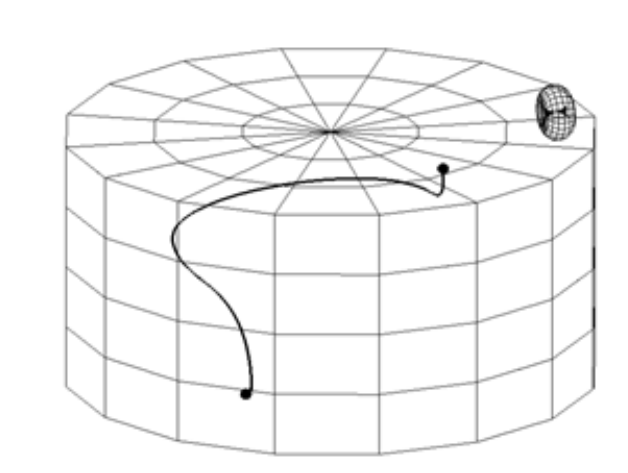


Рисунок 2 – Гвинтова траєкторія частинки

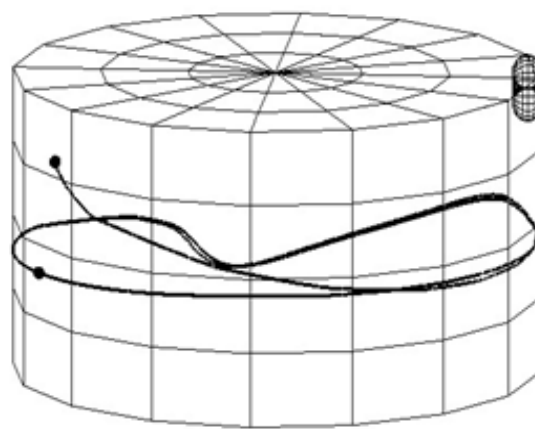


Рисунок 3 – Частина траєкторії квазістаціонарного руху частинки

Аналіз великої кількості розрахункових результатів дає змогу, попри нерегулярність траєкторій частинок, зробити якісний висновок: загалом частинки, що потрапляють у вихровий апарат ближче до бокової стінки, залишаються у його об'ємі довше, а отже, триваліше піддаються сушінню, що є переважним з технологічної точки зору.

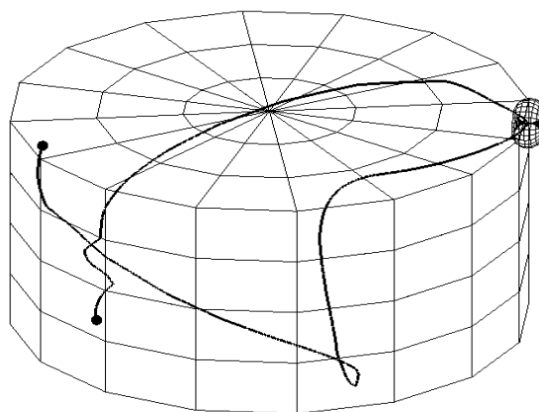


Рисунок 4 – Складна нерегулярна траєкторія частинки



Висновки.

У цій роботі розроблено комплексну математичну модель руху частинок, що підлягають сушінню у вихровому апараті, з одночасним розрахунком їхньої температури.

Тестові розрахунки, виконані за представленою моделлю, підтверджують її якісну відповідність реальному процесу та можливість використання цієї моделі для розрахунку різних режимів сушіння матеріалів у вихрових апаратах.

Литература:

1. Соколовская И.Е. Математическая модель газодинамики в вихревом аппарате. Збірник наукових праць Дніпродзержинського державного технічного університету. – Дніпродзержинськ, 2012. – Випуск №1(18), – с.123-128.
2. Гутри Р.И.Л. Физико-химические и гидродинамические аспекты легирования расплавов методом вдувания порошков // Гутри Р.И.Л. - М.: Metallurgy, 1982. №80. - С. 75-92.
3. Огурцов А.П., Самохвалов С.Е. Численные методы исследования гидродинамических и тепломассопереносных процессов сталеплавильного производства. – К.: Наукова думка, 1993. – 220 с.

References.

- [1] Sokolovska, I. E. (2012). Mathematical model of gas dynamics in a vortex apparatus. *Collection of Scientific Papers of Dniprodzerzhynsk State Technical University*, (1)18, 123-128. [In Ukrainian]
- [2] Guthrie, R. I. L. (1982). Physicochemical and hydrodynamic aspects of alloying melts by powder injection. *Metallurgy*, (80), 75-92. [In Russian]
- [3] Ogurtsov, A. P., & Samokhvalov, S. E. (1993). Numerical methods for studying hydrodynamic and heat and mass transfer processes in steelmaking. *Naukova Dumka*, 220 p. [In Ukrainian]

Abstract. This paper presents a mathematical model of particle motion in a vortex apparatus during heat treatment. A comprehensive mathematical model has been developed, which takes into account the processes of particle heating, their three-dimensional motion, and interaction with the heat carrier flow. The proposed approach allows for a detailed analysis of the kinematic and thermal characteristics of particles in a vortex flow, which is a key aspect for optimizing drying and heat treatment processes.



Test calculations based on the developed model confirm its qualitative adequacy to real physical processes. The obtained results demonstrate that the model can be used for evaluating and predicting various drying regimes of materials in vortex apparatuses. This enables more effective process control, reduction of energy consumption, and improvement of the final product quality.

The obtained data can be applied in methodologies for calculating heat and mass transfer in vortex devices, as well as in further research aimed at improving the design of vortex apparatuses and optimizing their operating modes.

Keywords: *vortex apparatus, turbulence, motion trajectory, heat treatment, heat and mass transfer.*

Статтю надіслано: 24.03.2025 р.

© Соколовська І.Є.