



УДК 539.3

ANALYSIS OF STRESSED AND DEFORMED STATE AND CALCULATIONS ON STRENGTH AND STIFFNESS OF RING PLATES UNDER VARIOUS BOUNDARY CONDITIONS

АНАЛІЗ НАПРУЖЕНОГО І ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ТА РОЗРАХУНКИ НА
МІЦНІСТЬ І ЖОРСТКІСТЬ КІЛЬЦЕВИХ ПЛАСТИН ЗА РІЗНИХ КРАЙОВИХ УМОВ

Zelensky A.G. / Зеленський А.Г.

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, prof. / д.ф.-м.н., проф.

ORCID ID: 0000-0001-6408-1741

Baranchykova D. O. / Баранчикова Д.О.

Master of Industrial and Civil Engineering-24-1 mn / магістр ПЦБ-24-1мн

Ukrainian State University of Science and Technology Educational and Scientific Institute

"Prydniprovsk State Academy of Civil Engineering and Architecture",

Dnipro, Architect Oleg Petrov Street, 24 A, 49005

Український державний університет науки і технологій Навчально-науковий інститут

«Придніпровська державна академія будівництва та архітектури»,

Дніпро, вул. Архітектора Олега Петрова, 24 А, 49005

Анотація. В роботі розглядається згинальне деформування кільцевих пластин за різних крайових умов. Аналітично-чисельно за класичною теорією досліджуються напружений і деформований стани за чотирьох варіантів закріплення країв: обидва краї шарнірно закріплені, жорстко защемлені, внутрішній край закріплений шарнірно, а зовнішній – жорстко, внутрішній жорстко защемлений, а зовнішній – шарнірно обіпертий. Запропонована методика отримання інженерних формул для найбільших прогинів. Розроблені програми на ПК, виконано числовий аналіз та отримані неочевидні кількісно-якісні результати напружено-деформованого стану. Наведено алгоритм і проведені розрахунки на жорсткість і міцність кільцевих пластин методом послідовних наближень. Одержані результати допоможуть інженерним дослідженням.

Ключові слова: згин кільцевих пластин, різні крайові умови, напружено-деформований стан, міцність, жорсткість, розрахунки за класичною теорією.

1. Вступ.

В основу класичної теорії згину лінійно пружних однорідних тонких пластин і оболонок покладені гіпотези Кірхгофа – Лява. Розвиток теорії і розв'язання крайових задач на основі вказаних гіпотез викладено в багаточисельних книгах, монографіях, наукових статтях, зокрема в [1–5]. Точність результатів за класичною теорією для широкого класу задач не завжди достатня для розрахунків [1–3]. Втім розв'язки задач на основі класичної теорії дають якісну картину деформування і наближені кількісні характеристики напружено-деформованого стану. Тому можуть бути використані як перше наближення в



розрахунках на міцність і жорсткість. Незважаючи на велику кількість аналітичних результатів для пластин, на наш погляд напружений і деформований стани для кільцевих пластин потребують додаткових числових досліджень, які стосуються з'ясування якісно-кількісного характеру змінення прогинів, згинальних моментів, розрахункових напружень. Актуальними залишаються також питання інженерних розрахунків на жорсткість і міцність, оскільки ці задачі нелінійні і пов'язані з неявними залежностями. Послідовний огляд теорій розрахунку пластинкових елементів конструкцій виконано в [1–3].

2. Постановка задачі.

В даній роботі розглядаються кільцеві пластини (зовнішній радіус пластин a , внутрішній – b , поточний радіус r , товщина h) за дії рівномірно розподілених поперечних навантажень q_0 і за різних крайових умов: обидва краї шарнірно закріплені, жорстко защемлені, внутрішній край закріплений шарнірно, а зовнішній – жорстко, внутрішній жорстко защемлений, а зовнішній – шарнірно обіпертий. Задача полягає в аналітично-чисельному дослідженні напруженого і деформованого станів кільцевих пластин для широких меж змінення параметра b , положення найбільших прогинів і їх величин, у визначенні перерізів з найбільшими згинальними моментами, небезпечних перерізів за розрахунковими напруженнями, виконанні розрахунків на міцність і жорсткість.

3. Основні рівняння і метод розв'язання.

3.1. Рівняння рівноваги і основні залежності. Диференціальне рівняння зігнутої поверхні при згинанні кільцевої пластини відносно прогину $w(r)$ за вісесиметричного деформування має наступний вигляд [5]:

$$\frac{d^4 w}{dr^4} + \frac{2}{r} \frac{d^3 w}{dr^3} - \frac{1}{r^2} \frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r^3} \frac{dw}{dr} = \frac{q_0}{D}, \quad (1)$$

де D – циліндрична жорсткість: $D = E h^3 / (12(1 - \nu^2))$, E – модуль Юнга, ν – коефіцієнт Пуассона.

Загальний розв'язок диференціального рівняння (1) наступний:



$$w(r) = C_1 + C_2 \ln r + C_3 r^2 + C_4 r^2 \ln r + \frac{q_0 r^4}{64 D}, \quad (2)$$

де C_i ($i = 1, 2, 3, 4$) – сталі інтегрування, які надалі знаходилися з крайових умов.

Радіальний M_r і тангенціальний M_θ згинальні моменти визначаються таким чином:

$$M_r = -D(2(1+\nu)C_3 - \frac{1-\nu}{r^2}C_2 + (2(1+\nu)\ln r + (3+\nu))C_4 + (3+\nu)\frac{q_0 r^2}{16 D}), \quad (3)$$

$$M_\theta = -D(2(1+\nu)C_3 + \frac{1-\nu}{r^2}C_2 + (2(1+\nu)\ln r + (1+3\nu))C_4 + (1+3\nu)\frac{q_0 r^2}{16 D}). \quad (4)$$

Крутний момент $H_{r\theta} = 0$.

Розглянуто чотири варіанти крайових умов на контурах кільцевої пластини.

1). Шарнірне обпирання зовнішнього краю $r = a$ і внутрішнього $r = b$

(Ш (a) – Ш (b)):

$$(w)_{r=a} = 0, (M_r)_{r=a} = 0; (w)_{r=b} = 0, (M_r)_{r=b} = 0. \quad (5)$$

2). Зовнішній край $r = a$ – шарнірно обіпертий, а внутрішній край $r = b$ жорстко защемлений (Ш (a) – Ж (b)):

$$(w)_{r=a} = 0, (M_r)_{r=a} = 0; (w)_{r=b} = 0, (w'_r)_{r=b} = 0. \quad (6)$$

3). Зовнішній край $r = a$ – жорстко защемлений, а внутрішній край $r = b$ шарнірно обіпертий (Ж (a) – Ш (b)):

$$(w)_{r=a} = 0, (w'_r)_{r=a} = 0; (w)_{r=b} = 0, (M_r)_{r=b} = 0. \quad (7)$$

4). Жорстке защемлення зовнішнього краю $r = a$ і жорстке защемлення внутрішнього краю $r = b$ (Ж (a) – Ж (b)):

$$(w)_{r=a} = 0, (w'_r)_{r=a} = 0; (w)_{r=b} = 0, (w'_r)_{r=b} = 0. \quad (8)$$

Для отримання систем рівнянь, що описували крайові умови (5) – (8), використовувалися залежності (2) і (3), які в свою чергу зображувалися в безрозмірних параметрах.

Після розв'язання кожної системи лінійних алгебраїчних рівнянь (5)–(8) чисельно знаходилися сталі інтегрування C_i ($i = 1, 2, 3, 4$) для кожного варіанта крайових умов. Підставляючи уже відомі C_i у залежності (2)–(4), визначалися



функції прогину і згинальних моментів (3), (4), які потім використовувалися для знаходження напруженого і деформованого стану кільцевих пластин та для розрахунків на міцність і жорсткість.

Сталі інтегрування C_i залежали від крайових умов, від механіко-геометричних характеристик пластин a, b, h, E, ν і від інтенсивності зовнішнього навантаження q_0 .

3.2. Алгоритм розрахунків на міцність і жорсткість. За розрахунків на міцність найбільші розрахункові напруження σ_p повинні задовольняти умові міцності:

$$\max \sigma_p \leq [\sigma], \quad (9)$$

де

$$\sigma_p = \frac{6}{h^2} \sqrt{(M_r - M_\theta)^2 + M_r \cdot M_\theta}, \quad (10)$$

$[\sigma]$ – допустиме нормальне напруження.

Товщина пластини h входить в умову міцності (9) нелінійно і неявно згідно з (2–4), (10) і крайовими умовами (5)–(8).

За розрахунків на жорсткість прогини повинні задовольняти умові жорсткості:

$$\frac{\max w(r)}{2a} \leq \left[\frac{w}{2a} \right], \quad (11)$$

де $[w/(2a)]$ – допустимий відносний прогин.

Товщина пластини h теж входить в умову жорсткості (11) нелінійно і неявно згідно з (2), (3) і крайовими умовами (5)–(8).

Таким чином, задачі про розрахунки на міцність і жорсткість нелінійні і неявні, що вносить відповідні труднощі.

Алгоритм розрахунку на міцність для кожного варіанта крайових умов був наступним:

- задавались числові значення a, b, h, E, ν, q_0 ;
- визначалося найбільше розрахункове напруження $\max \sigma_p$ і порівнювалося



з допустимим; якщо відносна різниця була більша 1 %, то виконувався наступний крок: змінювалась товщина пластини і процес повторювався, і так до тих пір, поки найбільше розрахункове напруження $\max \sigma_p$ відрізнялося від допустимого $[\sigma]$ менше, ніж на 1 %.

Алгоритм розрахунку на жорсткість був аналогічним.

Створені програми розрахунків кільцевих пластин для визначення сталих інтегрування диференціального рівняння зігнутої поверхні, прогинів, згинальних моментів, розрахункових напружень, товщин пластин із умов міцності та жорсткості для всіх вказаних крайових умов в залежності від механіко-геометричних параметрів і розподіленого навантаження.

3.3. Методи розв'язання. Для досягнення мети використовувалися методи: знаходження розв'язків диференціальних рівнянь з використанням крайових умов для шуканих функцій задач, розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь за допомогою ПК, послідовних наближень при визначенні товщин пластин за умов жорсткості і міцності, апроксимації поліномами другого степеня отриманих числових значень для найбільших прогинів.

4. Числові результати та їх аналіз.

Зовнішній радіус кільцевих пластин $a = 3,0 \text{ м}$, внутрішні радіуси – $b = 2,0; 1,5; 1,0; 0,5; 0,1; 0,01 \text{ (м)}$; модуль Юнга – $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$. Допустимі величини: $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$; $[w/(2a)] = 1/300$. Для всіх числових розрахунків приймалися однакові рівнодійні навантаження ($Q = 125664 \text{ Н}$), які відповідали розподіленому навантаженню 5000 Н/м^2 по кільцевій пластині з внутрішнім радіусом $r = b = 1 \text{ м}$. Розподілені навантаження q_0 для пластин з внутрішніми радіусами ($b = 2,0; 1,5; 1,0; 0,5; 0,1; 0,01 \text{ (м)}$) були наступними: 7999, 5926, 5000, 4571, 4449, 4445 (Н) відповідно.

4.1. Числові результати. В таблицях 1 і 2 наведені найбільші прогини $w_{\max}$, згинальні моменти M_r , M_θ , розрахункові напруження σ_p за різних характерних значень r для пластин з товщинами $h_{\text{жс}}$, визначеними з умов



жорсткості за дії розподілених навантажень з однаковою рівнодійною. Жирним шрифтом виділені $w_{\max}$ і r , в яких вони виникають; косим жирним шрифтом виділені екстремуми моментів, найбільших σ_p і точки, в яких вони виникають. Варто зазначити, щоб зменшити $w_{\max}$ потрібно збільшити товщину, або ж зменшити відносний допустимий прогин $[w/(2a)]$, що призведе до збільшення товщини.

Таблиця 1. Найбільші прогини, згинальні моменти, розрахункові напруження ($a = 3,0$ м; $b = 2,0$ м, $q_0 = 7999$ Н)

Ш (a) – Ш (b) ($h_{\text{жс}} = 0,656$ см)					Ш (a) – Ж (b) ($h_{\text{жс}} = 0,498$ см)				
r (м)	$w_{\max}$ (мм)	M_r (Н м)	M_θ (Н м)	σ_p (МПа)	r (м)	$w_{\max}$ (мм)	M_r (Н м)	M_θ (Н м)	σ_p (МПа)
2,0	0,0	0,0	-158,1	22,04	2,0	0,0	-1136	-340,8	244,2
2,1		392,5	-21,74	56,30	2,2		-151,5	-94,48	32,07
2,42		678,7	94,67	88,77	2,3		170,8	5,715	40,66
2,48		989,0	293,4	122,7	2,57	19,81	564,7	169,8	121,4
2,49	19,96	988,0	296,8	122,4	2,6		569,8	177,3	122,2
2,6		926,8	315,3	113,8	2,9		247,0	122,4	51,76
3,0	0,0	0,0	95,97	13,38''''''	3,0	0,0	0,0	50,12	12,12
Ж (a) – Ш (b) ($h_{\text{жс}} = 0,485$ см)					Ж (a) – Ж (b) ($h_{\text{жс}} = 0,385$ см)				
2,0	0,0	0,0	-76,65	19,55	2,0	0,0	-730,6	-219,2	262,9
2,1		274,1	16,55	67,89	2,2		-13,32	-31,22	10,98
2,4		542,8	160,5	123,2	2,3		190,9	35,39	71,20
2,41	19,99	539,0	161,4	122,2	2,48		333,0	98,66	119,9
2,42		534,4	162,0	121,1	2,49	19,97	332,9	99,88	119,8
2,5		470,9	157,6	106,0	2,5		332,1	100,9	100,4
2,7		115,1	70,30	25,64	2,8		-36,78	9,245	17,07
2,8		-161,3	-14,86	39,38	2,9		-297,2	-74,84	108,4
3,0	0	-896,3	-268,9	203,2	3,0	0,0	-620,9	-186,3	223,4

В таблиці 3 наведені товщини пластин із розрахунків на жорсткість $h_{\text{жс}}$ і міцність h_m для різних радіусів внутрішнього краю за фіксованою величиною зовнішнього контуру ($r = a = 3$ м). Вказані найбільші допустимі переміщення



$w_{\max}$ і точки кіл, у яких вони виникають; наведені розрахункові напруження $\sigma_p(h_{\text{жс}})$ для пластин з товщиною $h = h_{\text{жс}}$.

Таблиця 2. Найбільші прогини, згинальні моменти, розрахункові напруження ($a = 3,0 \text{ м}$; $b = 0,5 \text{ м}$, $q_0 = 4571 \text{ Н}$)

Ш (a) – Ш (b) ($h_{\text{жс}} = 1,729 \text{ см}$)					Ш (a) – Ж (b) ($h_{\text{жс}} = 1,437 \text{ см}$)				
r (м)	$w_{\max}$ (мм)	M_r (Н м)	M_θ (Н м)	σ_p (МПа)	r (м)	$w_{\max}$ (мм)	M_r (Н м)	M_θ (Н м)	σ_p (МПа)
0,5	0,0	0,0	-5403	108,5	0,5	0,0	-6995	-2098	180,6
0,6		463,2	-4090	87,11	0,6		-4702	-2262	118,3
1,0		1991	-1133	54,99	1,0		-274,7	-1215	32,07
1,1		2243	-683,0	53,21	1,1		304,1	-907,3	31,72
1,2		2445	-301,4	52,37	1,4		14,37	-121,4	43,62
1,3		2602	22,58	51,99	1,5		1665	87,75	47,14
1,67		2821	835,5	50,38	1,85	19,96	2034	614,3	52,49
1,68	19,97	2820	850,4	50,29	1,9		2040	664,7	52,36
2,2		2304	1239	40,08	2,3		17,47	864,1	43,97
3,0	0,0	0,0	662,0	13,29	3,0	0,0	0,0	441,3	12,82
Ж (a) – Ш (b) ($h_{\text{жс}} = 1,282 \text{ см}$)					Ж (a) – Ж (b) ($h_{\text{жс}} = 1,092 \text{ см}$)				
0,5	0,0	0,0	-2648	96,66	0,5	0,0	-4130	-1239	184,7
1,0		1383	-312,0	57,04	0,9		-273,1	-732,7	32,27
1,1		1498	-74,78	56,11	1,0		164,9	-521,9	31,25
1,2		1570	118,1	55,30	1,3		937,5	-1,002	47,20
1,3		1603	272,6	54,22	1,4		1063	127,2	50,60
1,48	19,98	1568	467,8	50,91	1,6		1165	314,3	52,51
1,6		1484	546,1	47,47	1,65	19,98	1163	347,0	52,01
1,8		1245	596,5	38,37	1,9		1008	430,2	44,06
2,3		153,6	351,2	11,13	2,4		79,48	228,5	10,11
2,4		-142,8	246,1	12,44	2,5		-193,3	134,1	14,35
2,5		-464,0	123,9	19,60	2,6		-493,1	22,77	25,40
2,6		-809,4	-14,86	29,28	2,7		-819,1	-105,1	38,84
3,0	0,0	-2427	-728,0	78,74	3,0	0,0	-1949	-584,7	87,16

В таблиці 4 наведені результати конкретних числових розрахунків по визначенню найбільших прогинів кільцевих пластин в залежності від внутрішніх



радіусів і крайових умов. Прогини визначались при $h = 0,02 \text{ м}$. Найбільші вертикальні переміщення (прогини) і точки пластин, у яких вони виникають, визначались знаходженням прогинів для різних r з кроком $0,1 \text{ м}$. Точки проміжку, де прогин мав екстремум, уточнялися діленням проміжку на 2 частини.

Таблиця 3. Розрахунки на жорсткість і міцність за різних крайових умов

$r = b$ (м)	$r(w_{\max})$ (м)	$w_{\max}$ (мм)	$h_{\text{жс}}$ (см)	$\sigma_p(h_{\text{жс}})$ (МПа)	$r(\max \sigma_p)$ (м)	h_m (см)	$\max \sigma_p$ (МПа)
Закріплення III (a) – III (b)							
2,0	2,49	19,96	0,656	122,7	2,48	0,575	159,3
1,5	2,22	19,96	1,013	84,11	2,10	0,735	159,8
1,0	1,95	19,96	1,384	64,91	1,80	0,883	159,5
0,5	1,68	19,97	1,729	108,5	0,50	1,430	158,6
0,1	1,56	19,95	1,826	381,0	0,10	2,840	157,5
Закріплення III (a) – Ж (b)							
2,0	2,57	19,81	0,498	244,2	2,0	0,616	159,6
1,5	2,34	19,98	0,780	183,7	1,5	0,838	159,1
1,0	2,10	19,84	1,090	164,8	1,0	1,109	159,2
0,5	1,85	19,96	1,437	180,6	0,5	1,530	159,4
0,1	1,63	19,97	1,736	152,7	0,2	1,700	159,2
Закріплення Ж (a) – III (b)							
2,0	2,41	19,99	0,485	203,2	3,0	0,547	159,8
1,5	2,11	19,99	0,746	133,7	3,0	0,685	158,7
1,0	1,80	19,95	1,019	98,87	3,0	0,805	158,4
0,5	1,48	19,98	1,282	96,66	0,5	1,000	158,9
0,1	1,33	19,98	1,382	370,1	0,1	2,110	158,8
Закріплення Ж (a) – Ж (b)							
2,0	2,49	19,97	0,385	262,9	2,0	0,495	159,0
1,5	2,22	19,96	0,599	195,7	1,5	0,665	158,8
1,0	1,95	19,94	0,833	172,4	1,0	0,868	158,8
0,5	1,65	19,98	1,092	184,7	0,5	1,175	159,5
0,1	1,40	20,00	1,315	105,3	0,1	1,840	159,4

На основі отриманих числових результатів, виведені інженерні формули у вигляді квадратичної залежності для найбільших прогинів кільцевих пластин (за однакової рівнодійної) для всіх крайових умов. Остаточні формули ($b(\text{м})$):



закріплення ІІІ (a) – ІІІ (b): $w_{\max} = 0,944 b^2 - 8,723 b + 14,37$ (мм);

закріплення ІІІ (a) – Ж (b): $w_{\max} = 4,114 b^2 - 15,25 b + 14,35$ (мм);

закріплення Ж (a) – ІІІ (b): $w_{\max} = 0,639 b^2 - 4,270 b + 6,269$ (мм);

закріплення Ж (a) – Ж (b): $w_{\max} = 1,763 b^2 - 6,581 b + 6,252$ (мм).

Таблиця 4. Найбільші прогини за різних крайових умов ($h=2,0$ см)

ІІІ (a) – ІІІ (b) ($h=2,0$ см)				ІІІ (a) – Ж (b) ($h=2,0$ см)			
b (м)	0,01	1,0	2,0	b (м)	0,01	1,0	2,0
$w_{\max}$ (мм)	14,29	6,595	0,704	$w_{\max}$ (мм)	14,20	3,212	0,304
$r(w_{\max})$ (м)	1,55	1,95	2,49	$r(w_{\max})$ (м)	1,60	2,10	2,57
Ж (a) – ІІІ (b) ($h=2,0$ см)				Ж (a) – Ж (b) ($h=2,0$ см)			
b (м)	0,01	1,0	2,0	b (м)	0,01	1,0	2,0
$w_{\max}$ (мм)	6,227	2,638	0,285	$w_{\max}$ (мм)	6,186	1,434	0,143
$r(w_{\max})$ (м)	1,40	1,80	2,41	$r(w_{\max})$ (м)	1,35	1,95	2,49

4.2. Аналіз результатів. Найбільші прогини в зростаючому порядку виникають при закріпленнях: Ж (a) – Ж (b), Ж (a) – ІІІ (b), ІІІ (a) – Ж (b), ІІІ (a) – ІІІ (b). Зовнішній шарнір зменшує жорсткість пластини у порівнянні з внутрішнім. Для закріплення ІІІ (a) – ІІІ (b) $w_{\max}$ практично посередині кільця, для Ж (a) – Ж (b) – дещо зміщений до внутрішнього контуру, при змішаних закріпленнях – зміщений до шарніру.

Місця пластин з найбільшими додатними згинальними радіальними моментами M_r і найбільшими прогинами практично співпадають; $\max / M_r /$ при змішаних крайових умовах виникають у жорстких защемленнях, при жорстко защемленій пластині на обох краях $\max / M_r /$ виникає на внутрішньому краї.

Згинальний тангенціальний момент M_θ виникає у всіх перерізах. За шарнірного закріплення для нешироких кільцевих пластин $\max / M_\theta /$ виникає ближче до зовнішнього контуру, а для широких ($b \leq a / 6$) – на внутрішньому контурі, і цей момент зростає при зменшенні радіуса внутрішнього контуру,



причому $/M_{\theta}(r=b)/ > \max /M_r/$, а при $b \ll a$ момент $/M_{\theta}(r=b)/ \gg \max /M_r/$, що пояснюється збільшенням кривини в тангенціальному напрямку.

За жорстко зацмелених пластин $\max /M_r/ > \max /M_{\theta}/$. За змішаного закріплення $\max /M_r/ > \max /M_{\theta}/$ для нешироких кільцевих пластин ($b > a/6$) і $\max /M_r/ < \max /M_{\theta}/$ – для інших.

Положення небезпечних точок за міцністю для шарнірного закріплення може бути різним в залежності від радіусів кільця. За жорсткого зацмелення найбільші розрахункові напруження $\max / \sigma_p /$ виникають у точках внутрішнього контуру на лицевих площинах. За змішаного закріплення $\max / \sigma_p /$ виникають у точках контуру на лицевих площинах у зацмеленні, або ж у точках внутрішнього шарнірно обіпертого краю на лицевих площинах в залежності від відношення b/a .

Висновки.

Для всіх чотирьох варіантів закріплень кільцевої пластини (жорстке зацмелення і шарнірне закріплення) за класичною теорією згинання отримана велика кількість числових результатів.

Аналітично-чисельно досліджені прогини, згинальні моменти і розрахункові напруження в залежності від r та знайдені їх екстремальні та найбільші значення. Виконані розрахунки на міцність і жорсткість, товщина пластин у яких входить нелінійно і неявно. Одержані інженерні формули для найбільших прогинів.

Отримані результати спрощують розрахунки кільцевих пластин.

Література:

1. Зеленський А. Г. Монографія. Варіант математичної теорії трансверсально-ізотропних пластин довільної товщини. Дніпро: ПДАБА. 2022. 256 с.
2. Немиш Ю. Н., Хома И. Ю. Напряженно-деформированное состояние нетонких оболочек и пластин. Обобщенная теория (обзор). Прикл. механика. 1993. Т. 29. Вип. 11. С. 3–32.



3. Пискунов В. Г., Рассказов А. О. Развитие теории слоистых пластин и оболочек. Прикл. механика. 2002. Т. 38. Вип. 2. С. 22–57.

4. Савін Г. М., Флейшман Н. П. Пластинки і оболонки з ребрами жорсткості. Київ: Наукова думка. 1964. 384 с.

5. Тимошенко С., Войновський-Крігер С. Пластинки і оболонки. М.: Вид. ФМЛ. 1969. 636 с.

Abstract. Section 1 substantiates the importance of studying ring plates during bending for understanding the qualitative and quantitative nature of the change in the stress-strain state (SSS) according to the classical theory. Section 2 indicates the goal: analytical and numerical study of SSS according to the classical theory of bending of ring plates under four different boundary conditions, which include hinged fastening and rigid. Section 3 presents the main equations, dependencies, boundary conditions, indicates methods for solving equations, finding SSS, calculations for strength and stiffness, obtaining engineering formulas for the largest deflections; algorithms for design calculations in problems for the considered ring plates, which are nonlinear and implicit, are formulated. Section 4 presents some numerical results of the study in the form of tables for the stressed and deformed states, bending moments, for the largest deflections and permissible plate thicknesses found under the conditions of strength and stiffness. Engineering formulas for the largest deflections of annular plates at given parameters are obtained. The conclusions formulate the main results of the study. The obtained results can be useful for engineering calculations of annular plates.

Key words: bending of annular plates, various boundary conditions, stress-strain state, strength, stiffness, calculations according to classical theory.

Автори: д. ф.-м. н., проф. Зеленський А. Г.,
магістр ф-ту промислового та цивільного будівництва ПЦБ-24-1мн

Баранчикова Д. О.

Статтю надіслано: 25.03.2025 г.

© Зеленський А. Г.