https://www.sworldjournal.com/index.php/swj/article/view/swj35-03-007
DOI: 10.30888/2663-5712.2026-35-03-007

УДК 004.056.5; 621.391

APPLICATION OF THE MODIFIED MULTIPLE SIMPLEX METHOD IN ELECTRONIC COMMERCE

ЗАСТОСУВАННЯ МОДИФІКОВАНОГО МНОЖИННОГО СИМПЛЕКС-МЕТОДУ В ЕЛЕКТРОННІЙ КОМЕРЦІЇ

Mormul M. F. / Мормуль М. Ф.
c.t.s., as.prof. / к.т.н., доц.
ORCID: 0000-0002-8036-3236
University of Customs and Finance
Dnipro, str. Volodymyr Vernadsky 2/4, 49000
Університет митної справи та фінансів
Дніпро, вул. Володимира Вернадського2/4, 49000
Shchytov D. M. / Щитов Д. М.,
Ph.D. / к.е.н.
ORCID: 0000-0003-4306-8016
University of Customs and Finance
Dnipro, str. Volodymyr Vernadsky 2/4, 49000
Університет митної справи та фінансів
Дніпро, вул. Володимира Вернадського2/4, 49000
Shchytov O. M. / Щитов О. М.
c.ph.-m.s., as.prof. / к.ф.-м.н., доц.
ORCID: 0000-0002-1435-2918
EC-Lyceum No. 100
Dnipro square Uspenska 1, 49000
ліцей № 100
Дніпро, пл. Успенська 1, 49000
Romanchuk L. A. / Романчук Л. А.,
candidate of Philology / к.філол.н.
ORCID: 0000-0001-5759-0126
Dnipro National University named after Olesya Honchara,
Gagarin Ave., 72, 49000
Дніпровський національний університ ет ім. Олесі Гончара,
пр. Гагаріна, 72, 49000

Анотація. *У статті досліджується можливість застосування модифікованого множинного симплекс-методу для розв'язання задач оптимізації в електронній комерції. Особливу увагу приділено задачам розподілу рекламного бюджету, управління запасами та логістики. Запропонований підхід дозволяє ефективно обробляти велику кількість змінних і обмежень, характерних для сучасних e-commerce-платформ. Методика є перспективною для автоматизованого прийняття управлінських рішень у цифровій торгівлі і дає можливість для задач лінійного програмування, які мають множину оптимальних еквівалентних розв'язків, знаходити їх та вибирати найкращий розв'язок, який найбільше задовольняє ОПР за іншими критеріями, які не враховані в моделі.*

Ключові слова*: е-комерція, симплекс-метод, логістика, рекламний бюджет, онлайн-платформи, лінійне програмування*

Вступ

У сучасних умовах стрімкого розвитку електронної комерції підприємства стикаються з необхідністю швидко ухвалювати ефективні управлінські рішення в умовах обмежених ресурсів та високої конкуренції. Оптимізація бізнес-процесів – одна з ключових умов підвищення ефективності електронної торгівлі. У цьому контексті методи математичного програмування, зокрема симплекс-метод, є потужним інструментом для розв'язання задач лінійної оптимізації, особливо у випадках, коли потрібно знайти найкращий розв'язок серед багатьох можливих при обмежених ресурсах. Його використовують тоді, коли завдання можна представити у вигляді лінійної моделі (наприклад, прибуток, який треба максимізувати), тобто такої, де цільова функція та обмеження (бюджет, ліміти складу, транспортні витрати, реклама, тощо) є лінійними.

Актуальність дослідження. У статті запропоновано модифікований множинний симплекс-метод, який дозволяє знаходити оптимальні розв'язки у лінійних задачах з великою кількістю змінних та обмежень, що характерно для моделей функціонування електронних торгових платформ, логістики, розподілу рекламного бюджету, ціноутворення тощо. Крім того, модифікований підхід дозволяє знаходити еквівалентні оптимальні розв'язки, на яких цільова функція приймає однакові екстремальні значення. Це особливо актуально для багатофункціональних систем e-commerce, де важливо аналізувати розв'язки і по іншим показникам якості, які не увійшли до економіко-математичної моделі, і забезпечувати високу швидкість обслуговування клієнтів.

Таким чином, розробка і впровадження модифікованого множинного симплекс-методу в практику електронної комерції є актуальною науково-прикладною проблемою, вирішення якої сприятиме підвищенню ефективності управління ресурсами, покращенню користувацького досвіду та зміцненню конкурентоспроможності компаній у цифровому середовищі.

Метою дослідження поставлено обґрунтування та реалізація модифікованого множинного симплекс-методу для розв'язання скалярних та векторних задач (що зводяться що скалярних) лінійного програмування (ЛП) в електронній комерції для підвищення ефективності управлінських рішень у сфері онлайн-продажів, логістики та маркетингу.

Гіпотезою дослідження є наступна: якщо у процесах електронної комерції застосовувати модифікований множинний симплекс-метод, то для певних моделей можна знайти нескінченну кількість оптимальних еквівалентних розв’язків. Для досягнення поставленої мети обрані наступні методи:

- математичне моделювання задач лінійної скалярної оптимізації;
- побудова та аналіз лінійної економіко-математичної моделі;
- комп’ютерне моделювання (з використанням складеного алгоритму і програми);
- перевірка ефективності запропонованого методу на прикладі типових e-commerce задач.

Наукова новизна дослідження полягає у наступному:

- ✓ запропоновано модифікований алгоритм множинного симплекс-методу, адаптованого до специфіки електронної комерції;
- ✓ розроблена блок-схема та програма реалізації алгоритму множинного симплекс-методу мовою С++.

1. Огляд джерел.

У роботах [1], [3], [5] наведено методологічні основи економіко-математичного моделювання, розглянуто основні моделі та методи математичного програмування та моделювання економічних процесів. Зазначені основи лінійного програмування, побудова лінійних економіко-математичних моделей та використання методів їх розв’язування, зокрема симплекс-методу. У статті [2] розглядаються методи багатокритеріальної оцінки проблемних ситуацій у контексті управління і інформатизації. Оцінка проводиться за допомогою різних показників, що дозволяє ефективно приймати рішення в умовах невизначеності. Це підходить для застосування в е-комерції, де існує велика кількість змінних, які впливають на продажі, у тому числі на платформах як Amazon. Джерело [7] описує застосування симплекс-методу для розв’язання задач оптимізації в економіці, зокрема для бізнесу за допомогою Microsoft Excel.

Це корисно для розуміння, як застосовувати математичні методи для оптимізації бізнес-процесів, таких як управління запасами і ціноутворення на платформах електронної комерції. У роботі [4] описані оптимізаційні методи і моделі. Наведено побудову математичних моделей задач оптимізації та застосування методів оптимізації у середовищі електронних таблиць Excel. У роботі [6] викладено актуальність проблеми розв'язування інженерних задач у середовищі сучасних електронних таблиць. Наведено відомості про методи використання інформаційних технологій у різних галузях виробництва, а також приклади їх застосування. Наводяться приклади розв'язання оптимізаційних задач лінійного та динамічного програмування в середовищі електронних таблиць Excel. У статті [8] аналізуються аспекти багатокритеріального вибору в управлінні, зокрема щодо прийняття рішень, що базуються на кількох критеріях. Це може бути застосовано до бізнесу на платформі Amazon, де рішення приймаються на основі кількох параметрів, таких як конкуренція, ціна, відгуки користувачів тощо. У роботі [9] описується застосування багатокритеріальної оптимізації для підбору персоналу, що є актуальним для багатьох аспектів бізнесу, включаючи продажі на платформах, де потрібно оптимізувати роботу з ресурсами, такими як маркетинг і управління продуктами.

Хоча більшість джерел зосереджені на багатокритеріальній оптимізації в контексті традиційних підприємств, багато з цих підходів можна ефективно застосувати й у сфері електронної комерції. У багатьох роботах розглядаються методи оцінки та оптимізації, що дозволяють приймати рішення, базуючись на кількох важливих факторах. Це може включати оптимізацію процесів ціноутворення, аналіз конкуренції, управління запасами, вибір маркетингових стратегій і багато інших аспектів, які є критично важливими для успіху бізнесу на таких платформах, як Amazon. Тому, хоча деякі підходи вимагають адаптації до специфіки e-commerce, принципи багатокритеріальної оптимізації залишаються універсальними для вдосконалення стратегій у цифрових бізнесах.

2. Використання симплекс-методу в економіці.

Симплекс-метод в економіці застосовується в наступних випадках.

1. При оптимізації логістики, коли необхідно мінімізувати витрати на доставку товарів між складами й покупцями. Симплекс-метод дозволяє знайти оптимальний маршрут і кількість товару, яку слід відправляти з кожного складу, з урахуванням витрат і обмежень.

2. При керуванні запасами, коли потрібно забезпечити наявність достатньої кількості товарів, не перевищуючи ліміти складу. Симплекс-метод дозволяє оптимізувати обсяг замовлень, щоб мінімізувати витрати на зберігання та уникнути дефіциту.

3. При ціноутворенні і маркетинговому бюджеті, щоб розподілити бюджет між різними маркетинговими каналами (Google Ads, Facebook Ads, TikTok Ads тощо) таким чином, щоб прибуток був найбільшим. Симплекс-метод використовується для розв’язання моделі, яка враховує обмеження бюджету і прибутковість каналів.

4. При плануванні виробництва/замовлень, коли слід визначити, які товари і в яких обсягах варто закупити або виготовити, щоб максимізувати прибуток при обмежених ресурсах (наприклад, часі, робочій силі). Симплекс-метод обчислює оптимальне співвідношення між видами продукції.

5. Для планування та оптимізації рекламних кампаній у контексті електронної комерції.

6. Для аналізу ефективності продуктів на платформі, а також для порівняння продуктивності власного товару з товарами конкурентів. Задача полягає в тому, щоб оптимізувати характеристику товару (ціна, опис, зображення, характеристики) таким чином, щоб він мав найвищий потенціал на ринку.

3. Множинний симплекс-метод

Для більш ефективного розв’язання скалярних і векторних моделей (які зводяться до скалярних) лінійних задач оптимізації розроблено алгоритм множинного симплекс-методу. Від інших алгоритмів він відрізняється тим, що дозволяє знаходити множину вершин многогранника розв’язків, відповідним однаковим значенням функції цілі і знаходити оптимум будь-яких задач ЛП. Ця перевага алгоритму дозволяє обрати з набору оптимальних розв’язків той розв'язок, який найбільш повно задовольняє ОПР (особу, що приймає рішення), наприклад, по критеріям, не закладеним в модель оптимізації.

Припустимо, задача ЛП задана у канонічній формі. Симплекс-метод розв'язання задач ЛП розглядається для такого вигляду:

$$z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \max;$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i, \quad i = \overline{1,m}; \\ x_j \geq 0, \quad j = \overline{1,n}. \end{cases} \tag{1}$$

За допомогою жорданових перетворень з приведеної системи отримуємо систему:

$$x_i + \sum_{j=1}^{n-m} a'_{i\,m+j} x_{m+j} = b'_i, \quad i = \overline{1,m}.$$

Знайдемо перший опорний план: $X_0 = \{b'_1, ..., b'_m; 0; ...; 0\}$ – перший базисний розв'язок.

Припустимо, що $b'_i \geq 0, \quad i = \overline{1,m}$ (опорний план не вироджений).

Базисні вектори: $\overline{A_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ ... \\ 0 \end{pmatrix}; \quad ...; \overline{A_m} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ ... \\ 1 \end{pmatrix}.$

За даними векторами розкладається будь-який вектор:

$$\overline{A_j} = \sum_{i=1}^{m} a'_{ij} \overline{A_i}, \quad j = \overline{1,n};$$

$$z_j = \sum_{i=1}^{m} a'_{ij} c_i, \quad j = \overline{1,n}.$$

Розглянемо задачу (1). Тут можна вважати всі $b_i \geq 0$. В іншому випадку варто було б у відповідному рядку поміняти в обох частинах рівності всі знаки на зворотні.

Теорема 1 (задача на максимум). Якщо для деякого вектора $\overline{A_j}$ оцінка $\Delta_j = z_j - c_j < 0$, то можна покращити оптимальний план, який відповідає системі векторів $\overline{A_j}$ (j=1,…,n). Аналогічно формулюється теорема для задачі на мінімум ($\Delta_j = z_j - c_j > 0$).

Наслідок: якщо усі оцінки $\Delta_j \geq 0$ ($j = 1,\ldots,n$), то задача ЛП на максимум розв'язана, а якщо усі $\Delta_j \leq 0$ ($j = 1,\ldots,n$), то розв'язана задача на мінімум.

Зауваження**.** Якщо є таке від'ємне значення Δ_j, для якого усі елементи $a'_{ij} \leq 0$ для відповідного j-го стовпця, то задача ЛП на максимум розв'язку не має (функція необмежена зверху); а якщо є таке додатне значення Δ_j, для якого усі елементи $a'_{ij} \leq 0$ для відповідного j-го стовпця, то задача ЛП на мінімум розв'язку не має (функція необмежена знизу).

Послідовність розв'язання симплекс-методом:

1) знаходимо перший опорний план для задачі ЛП в канонічній формі;
2) за допомогою жорданових перетворень отримуємо наступну симплекс-таблицю;
3) перевіряється умова закінчення.

Припустимо, що ми не маємо крайніх варіантів (знайдений оптимальний план або задача не має розв'язку) і будемо покращувати опорний план, для цього знаходимо найменше з від'ємних оцінок Δ_j. Припустимо, це досягається для k-го стовпця (напрямний стовпець). Для елементів напрямного стовпця знаходимо найменше з відношень: $b'_i / a'_{ik} \quad (a'_{ik} > 0)$. Припустимо, це відповідає l-му рядку. На перетині k-го напрямного стовпця і l-го напрямного рядка отримуємо розрахунковий елемент a'_{lk}. Далі робляться жорданові перетворення. Для цього ділимо елементи l-го рядка на a'_{lk}, на перетині k-го стовпця і l-го рядка отримуємо одиницю, а вище і нижче одиниці отримуємо нулі. Інші елементи симплекс-таблиці знаходимо методом прямокутників згідно жорданових перетворень.

Отримуємо наступну симплекс-таблицю, в якій замість вектору $\overline{A_l}$ в базис вводимо вектор $\overline{A_k}$. Так робиться до тих пір, доки усі Δ_j не будуть невід'ємними

($\Delta_j \geq 0$).

Далеко не у всіх випадках має сенс розділяти розв’язання задачі ЛП на два етапи: 1) обчислення початкового опорного плану; 2) визначення оптимального плану. Сутність прийому полягає у тому, що замість початкової задачі ЛП розв’язується розширена задача, яка має більш широку множину опорних планів (один з них можна легко вказати), і має ті ж самі розв’язки, тобто ті ж самі оптимальні плани, що і початкова задача.

Розглянемо поряд з початковою задачею ЛП наступну розширену задачу.

Потрібно обернути у максимум лінійну функцію

$$\widetilde{L}\left(\widetilde{X}\right)=\sum_{j=1}^{n} c_j x_j - M\sum_{i=1}^{m} x_{n+i} ,$$

де $M > 0$ – досить велике число (для задачі на мінімум $M < 0$) , а $\widetilde{X}=\left(x_1,\ldots,x_{n+m}\right)$ задовольняє наступним умовам:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j + x_{n+i} = b_i, \quad (i=\overline{1,m});$$
$$x_j \geq 0, \quad (j=\overline{1,n+m}).$$

Ця розширена задача називається М-задачею.

Симплекс-таблиця для М-задачі відрізняється тим, що в оцінках існує два рядки: в першому з цих рядків пишуться вільні члени, а в другому рядку коефіцієнти при М. Введення вектору в базис вирішують, в першу чергу, коефіцієнти в другому рядку оцінок. Після виведення вектору з базису, якій відповідає штучній змінній, обчислення у відповідному стовпці можна не виконувати.

Теорема 2. Якщо в оптимальному плані $\widetilde{X}^*$ в М-задачі штучні змінні $x_{n+i}^* = 0, (i=\overline{1,m}),$ тобто якщо $\widetilde{X}^* = \left(x_1^*,\ldots,x_n^*,0,\ldots,0\right),$ то план $\overline{X}^* = (x_1^*,\ldots,x_n^*)$ є розв’язком початкової задачі.

Наслідок теореми 2. Якщо оптимальний розв’язок розширеної М-задачі має хоча б одну штучну змінну $x_{n+i}^* > 0,\ i=\overline{1,m},$ то задача (1) не сумісна.

Встановлені результати забезпечують можливість розв’язання задачі ЛП з невідомим заздалегідь початковим опорним планом. Замість того, щоб розв'язувати початкову задачу (1), застосуємо метод послідовного покращення плану до відповідної М-задачі.

Початковий опорний план М-задачі очевидний: $\widetilde{X}_0 = \left(\underbrace{0,...,0}_{n}, b_1,...,b_m \right)$.

Метод послідовного покращення плану, що відштовхується від опорного плану зі штучним базисом, через скінчену кількість ітерацій приведе або до випадку 1) (план оптимальний), або до випадку 2) (задача не має розв'язання).

Припустимо, що $\widetilde{X}^* = \left(x_1^*,..., x_{n+m}^* \right)$ – останній опорний план, побудований у процесі розв'язання М-задачі.

Якщо $x_{n+1}^* = ... = x_{n+m}^* = 0,$ тоді згідно з теоремою 2 $X^* = \left(x_1^*,..., x_n^* \right)$ є оптимальним планом початкової задачі (1).

Якщо $\sum_{i=n+1}^{n+m} x_i^* > 0,$ то згідно з наслідком теореми 2 це означає, що задача (1) нерозв'язна.

На практиці у якості М зазвичай обирають досить велике число, наприклад, $M > \max\{|a_{ij}|, |c_i|, |b_j|\}, \quad i = \overline{1,n}; \ j = \overline{1,m}$.

Ознакою наявності нескінченної множини розв'язків у цій задачі є рівність нулю після знаходження оптимального розв'язку $\overline{X}^{*1}$ хоча б однієї з оцінок Δ_k, яка відповідає змінній x_k, що не входить до базису.

Дійсно, нехай деякому вектору, що не входить в базис останньої симплекс-таблиці, відповідає нульова оцінка. Включим цей вектор в базис замість іншого вектору. У результаті отримаємо новий опорний план, якому відповідає те саме значення лінійної функції що і для першого оптимального плану. Тобто лінійна функція досягає оптимуму у двох кутових точках многогранника розв'язків. Тоді за відомою теоремою вона досягає оптимуму і в довільній точці, що є опуклою лінійною комбінацією цих кутових точок. Таким чином, у цьому випадку задача ЛП має нескінченну множину оптимальних планів.

У цьому випадку, прийнявши k-ий стовпець за розрахунковий, симплекс-методом здійснюємо пошук наступної вершин $\overline{X}^{*2}$. У випадку $\overline{X}^{*2} \neq \overline{X}^{*1}$, $\widetilde{L}\left(\overline{X}^{*1}\right) = \widetilde{L}\left(\overline{X}^{*2}\right)$ задача має нескінченну множину розв'язків. Аналогічно робиться пошук інших вершин многогранника розв'язків (оптимальних планів). Множина розв'язків задачі визначається як лінійна комбінація знайдених вершин $\sum_{i=1}^{S} \alpha_i \overline{X}^{*i}$, де S – кількість знайдених вершин, $\overline{X}^{*i}$ – вектор (координати) i-ї вершини, α_i – довільні числа такі, що

$$\sum_{i=1}^{S} \alpha_i = 1,\ 0 \le \alpha_i \le 1 .$$

Отже, в М-задачі виконано наступне:

- ✓ зведення задач ЛП до канонічного вигляду;
- ✓ розв'язання задачі методом послідовного покращення плану (I алгоритм);
- ✓ виключення штучних базисних векторів і заміна їх векторами-умовами;
- ✓ отримання нескінченної кількості еквівалентних розв'язків задачі лінійного програмування;
- ✓ якщо задача не має розв'язання, то відбувається відповідне повідомлення.

3. Програма розв'язання задачі лінійного програмування.

Введемо позначення для вхідної та вихідної інформації.

Для вхідної інформації:

IS – ознака знаходження нескінченої множини розв'язків: 0 – ні; 1 – так;

IP – ознака друку таблиці процесу покращення опорного розв'язку: 0 – ні, 1 – так;

IM – ознака екстремуму: 1 – задача на максимум, -1 – задача на мінімум;

N – кількість керованих параметрів x_i, $\left(i = \overline{1, N}\right)$;

M – кількість обмежень;

A(M*N) – матриця обмежень;

B(M) – вектор обмежень;

C(N) – коефіцієнти цільової функції;

IQ(M) – ознака вигляду нерівностей: 0 – якщо «=», 1 – якщо «<=», -1 – якщо «>=».

Для вихідної інформації:

Вихідні дані роздруковуються для візуального контроля. В результаті роботи функції SIMPL можлива наявність друку ітераційного процесу покращення опорного рішення (IP = 1), друк здійснюється у функції PREC:

BASIS(M) – базис опорного розв’язку;

CBAS(M) – коефіцієнти цільової функції, відповідні базису;

AO(M) – опорне розв’язок;

AR(M, N) – матриця ітераційного процесу;

DELTA(N) – оцінки Δ_j процесу розв’язку;

S – значення функції цілі.

Якщо друк не потрібен, то вводиться IP = 0.

Результуючі значення:

RES – оптимальне значення функції цілі;

IM – ознака розв’язання задачі: 0 – є розв’язок, 1 – безліч розв’язків, 2, 3 – розв’язків немає;

J – номер знайденої вершини, відповідній оптимальному розв’язку (IS – кількість знайдених вершин, J = 1, IS);

UO(IS*N) – оптимальний розв’язок.

При необхідності (якщо дозволяють можливості ЕОМ) можна розв’язувати задачі більшої розмірності. Для цього необхідно відповідним чином виправити опис масивів. Алгоритм реалізовано для розв’язання задачі на максимум (IM = 1), при розв’язанні задачі на мінімум коефіцієнти функції цілі беруться з протилежним знаком (IM = -1). Алгоритм множинного симплекс-методу дозволяє знаходити безліч розв’язків (IS = 1) або просто розв’язувати стандартну задачу лінійного програмування (IS = 0).

Звернення до функції SIMPL: SIMPL(C, A, B, IQ, IM, N, M, UO, RES, IS, IP).

Опис блок-схеми функції SIMPL (рис. 1) містить наступне:

Б1 – встановлення початкових значень деяких змінних;

Б2 – умова: IM > 0? (задача на *max* або *min*);

Б3 – заміна знаку у коефіцієнтів цільової функції;

Б4 – формування базису і матриці обмежень з урахуванням можливих варіантів (IQ(I) > 0, IQ(I) < 0, IQ(I) = 0);

Б5 – зведення системи до канонічного вигляду;

Б6 – формування М-задачі (отримання розширеної матриці обмежень);

Б7 – умова: B(I) > 0?;

Б8 – заміна знаку відповідного рядку матриці обмежень A і елемента вектору B;

Б9 – обнуління оптимального розв’язку, формування початкового опорного плану, коефіцієнтів функції цілі, базису і базисних коефіцієнтів, IM = 0;

Б10 – обчислення значення цільової функції;

Б11 – знаходження оцінок Δ_j;

Б12 – чи всі $\Delta_j \geq 0$?;

Б13 – чи існує Δ_j, що для нього всі $a_{kj} < 0$?;

Б14 – знаходження мінімального значення із від’ємних Δ_j і розрахункового стовпця ks;

Б15 – друк таблиці покрокової ітерації;

Б16 – для $\alpha_{iks} \geq 0$ будується симплексне відношення;

Б17 – знаходження мінімального симплексного відношення і розрахункового рядку kr;

Б18 – перехід до нового базису і знаходження по рекурентним формулам опорного розв’язку і матриці ітерації;

Б19 – формування вектору розв’язку;

Б20 – кількість знайдених розв’язків із «∞» множини розв’язків дорівнює 0? IZ = 0?;

Б21 – чи співпадає знов знайдений вектор розв’язків $\overline{UO}$ з одним із попередніх? $\overline{UO} = \overline{UO_{KB}}$? Тобто чи існує $k = \overline{1, KB-1}$, що $\overline{UO} = \overline{UO_{KB}}$ (КВ – кількість розв'язків)?;

Б22 – КВ = КВ – 1;

Б23 – IS = 0?;

Б24 – чи існує KS, $KS = n$ таке, що для $\forall K = \overline{1, M}$ $BASIS_K \neq KS$ і $DELTA_{KS} \leq EPS$;

Б25 – IZ + 1, KB = KB + 1, Z1 = RES;

Б26 – КВ = КВ – 1;

Б27 – КВ = 0?;

Б28 – IM ≥ 2?;

Б29 – КВ = КВ – 1;

Б30 – IM = 1;

Б31 – IS = KB + 1;

Б32 – кінець.

Програму мовою С++ розв'язання задач ЛП, складену на основі спеціально розробленого алгоритму модифікованого множинного симплекс-методу, апробовано на низці тестових і реальних задач. Програма показала високу ефективність, швидкість, надійність і простоту в експлуатації. Основна її перевага – можливість отримання множини еквівалентних розв'язків.

4. Переваги та недоліки

Переваги використання модифікованого симплекс-методу в електронній комерції наступні:

- ✓ зниження витрат – метод дозволяє знайти оптимальне співвідношення витрат і доходів, що важливо для розвитку бізнесу в умовах конкуренції.
- ✓ оптимізація часу – дозволяє автоматизувати процеси прийняття рішень і оперативно реагувати на зміни ринку.
- ✓ збільшення ефективності маркетингових кампаній – дозволяє визначити оптимальні стратегії рекламних витрат і розподілу ресурсів.

Таким чином, застосування модифікованого множинного симплекс-методу в електронній комерції допомагає продавцям ефективно управляти бізнесом, знижуючи витрати, підвищуючи прибутки і забезпечуючи конкурентоспроможність на ринку.

Проте, як і будь-який метод, він має свої недоліки, які можуть обмежувати його ефективність у певних умовах. Ось деякі з них:

1. Висока складність для великих наборів даних.

Модифікований симплекс-метод може вимагати значних обчислювальних ресурсів при роботі з великими наборами даних або складними багатокритеріальними задачами, що можуть включати величезну кількість змінних і обмежень.

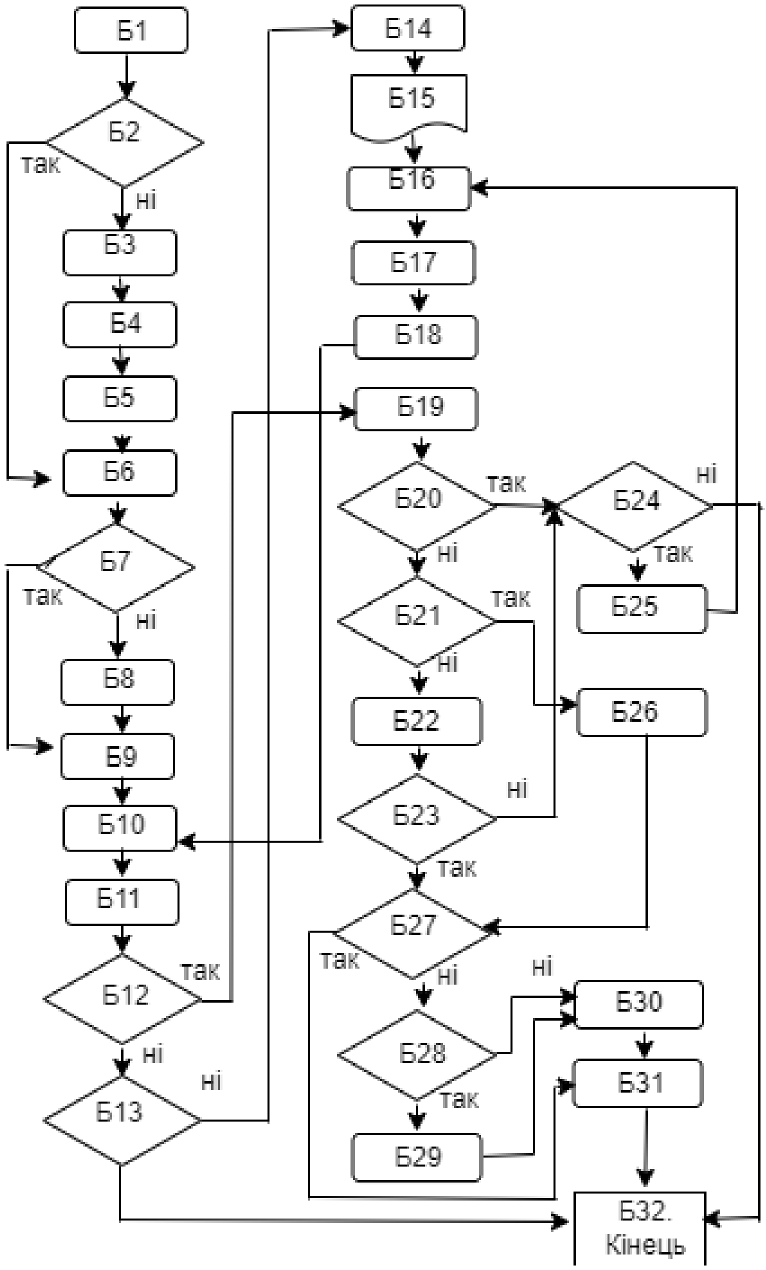

Рисунок 1 – Блок-схема функції SIMPL

У великих системах з численними факторами (наприклад, багатоканальний маркетинг, сотні продуктів) розв’язання може бути дуже часозатратним, що знижує ефективність застосування методу в реальному часі.

2. Необхідність точних вихідних даних.

Множинний симплекс-метод вимагає точних вхідних даних, оскільки помилки або неточності в параметрах (наприклад, прогнозовані витрати на рекламу, ціни, попит) можуть привести до неправильних рішень. Для роботи методу потрібно чітке визначення усіх обмежень і критеріїв, що може бути складним у випадку з ринками, де існує велика кількість непередбачуваних змінних.

3. Не підходить для динамічних і швидко змінних ринків.

Оскільки метод використовує фіксовані дані для розв’язку, його застосування може бути обмеженим у випадку, коли ринок динамічно змінюється. В умовах високої волатильності цін або попиту, застосування методу без регулярного оновлення даних може бути неефективним. Наприклад, у випадку швидкої зміни цін на Amazon або різких змін у попиті на товари, рішення, прийняті за допомогою симплекс-методу, можуть бути вже неактуальними.

4. Обмеження в моделюванні складних нечислових факторів.

Метод добре працює в умовах числових даних, однак для складних, нечислових факторів, таких як репутація бренду, емоційний вплив на споживачів, або якість обслуговування, симплекс-метод не надає можливості враховувати ці аспекти в оптимізаційному процесі. Це обмежує його застосування в тих випадках, коли важливо враховувати не лише фінансові показники, але й нематеріальні характеристики бізнесу.

5. Не підходить для нелінійних задач.

Модифікований симплекс-метод працює з лінійними задачами, де існують лінійні обмеження та функції. У випадках, коли задача включає нелінійні функції або обмеження, наприклад, у випадку складних маркетингових стратегій або динамічних змін на ринку, метод не пристосований, і може бути використаним при зведенні моделі до лінійної.

6. Потрібен досвід і глибоке розуміння моделювання.

Для ефективного використання симплекс-методу необхідні певні знання в математичному моделюванні та оптимізації. Погано побудована модель чи неправильні припущення можуть привести до неточних результатів. Тому цей метод може бути складним для тих, хто не має достатнього досвіду в математичній оптимізації та аналізі даних.

7. Висока вартість і складність впровадження

Використання модифікованого симплекс-методу для вирішення завдань електронної комерції може вимагати складних програмних інструментів і спеціалізованих знань. Впровадження таких інструментів може бути дорогим і потребувати значних ресурсів для налаштування і підтримки. Для малого бізнесу або продавців на платформах застосування таких складних методів може бути економічно невигідним без наявності значних обчислювальних потужностей або спеціалізованих фахівців (рис. 2).

5. Практична реалізація.

Перед е-комерсантами часто постає задача оптимізації витрат на рекламу для інтернет-магазину. Розглянемо такий приклад. Необхідно розподілити рекламний бюджет між трьома каналами – Google Ads, Facebook Ads та TikTok Ads – так, щоб прибуток був максимальним. Вхідні дані задані у табл. 1.

Таблиця 1 – Вхідні дані

Канал	Доход з $1 витраченого	Максимальна сума витрат
Google Ads	$3	$2000
Facebook Ads	$2	$2000
TikTok Ads	$2	$2000

Загальний рекламний бюджет становить $4000.

Формулюємо задачу у вигляді лінійної моделі. Ведемо змінні x_1, x_2, x_3, де

– x_1 – сума у доларах США, що витрачається на канал Google Ads,

– x_2 – сума у доларах США, що витрачається на канал Facebook Ads,

– x_3 – сума у доларах США, що витрачається на канал TikTok Ads.

Тоді цільова функція (прибуток) виглядає так:

$Z = 3x_1 + 2x_2 + 2x_3$.

Рисунок 2 – Переваги та недоліки модифікованого симплекс-методу

Джерело: складено авторами

Обмеження враховують максимальну суму витрат по кожній змінній та загальну максимальну суму витрат на рекламу:

$x_1 \leq 2000$, $x_2 \leq 2000$, $x_3 \leq 2000$, $x_1 + x_2 + x_3 \leq 4000$.

Економіко-математична модель має вигляд:

$Z = 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 \rightarrow \max$

при обмеженнях:

$x_1 \leq 2000$,

$x_2 \leq 2000$,

$x_3 \leq 2000$,

$x_1 + x_2 + x_3 \leq 4000.$

$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$

Введемо додаткові змінні x_4, x_5, x_6 для зведення задачі лінійного програмування до канонічного вигляду.

$Z_1 = 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 0x_4 + 0x_5 + 0x_6 \rightarrow \max$

при обмеженнях:

$x_1 + x_4 = 2000,$

$x_2 + x_5 = 2000,$

$x_3 + x_6 = 2000,$

$x_1 + x_2 + x_3 + x_7 = 4000.$

$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7 \geq 0.$

$Z = Z_1$. Початкова симплекс-таблиця має наступний вигляд (табл. 2).

У першому рядку вказуються базисні вектори, коефіцієнти цільової функції при базисних змінних, опорний план, вектори та відношення. Останній рядок – рядок оцінок. Згідно вище описаного алгоритму отримуємо симплекс-таблиці (табл. 3-5). Напрямний k-ий стовпець відповідає найменшій оцінці Δ_k, а напрямний l-ий рядок відповідає найменшому з відношень $b'_i / a'_{ik} \quad (a'_{ik} > 0)$. На їх перетині знаходиться розрахунковий елемент. Далі замість вектору $\overline{A_l}$ в базис вводимо вектор $\overline{A_k}$, робляться жорданові перетворення і отримується наступна симплекс-таблиця. Так робиться до тих пір, доки усі Δ_j не будуть невід’ємними ($\Delta_j \geq 0$).

Таблиця 2 – Початкова симплекс-таблиця

Базис	$c_{баз}$	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	b'_i / a'_{ik}
A_4	0	2000	1	0	0	1	0	0	0	2000/1
A_5	0	2000	0	1	0	0	1	0	0	–
A_6	0	2000	0	0	1	0	0	1	0	–
A_7	0	4000	1	1	1	0	0	0	1	4000/1
$\Delta_j = z_j - c_j$		0	-3	-2	-2	0	0	0	0	

Таблиця 3

Базис	$c_{баз}$	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	b'_i / a'_{ik}
A_1	3	2000	1	0	0	1	0	0	0	–
A_5	0	2000	0	1	0	0	1	0	0	2000/1
A_6	0	2000	0	0	1	0	0	1	0	–
A_7	0	2000	0	1	1	-1	0	0	1	2000/1
$\Delta_j = z_j - c_j$		6000	0	-2	-2	3	0	0	0	

Таблиця 4

Базис	$c_{баз}$	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	b'_i / a'_{ik}
A_1	3	2000	1	0	0	1	0	0	0	–
A_2	2	2000	0	1	0	0	1	0	0	–
A_6	0	2000	0	0	1	0	0	1	0	2000/1
A_7	0	0	0	0	1	-1	-1	0	1	0/1
$\Delta_j = z_j - c_j$		10000	0	0	-2	3	2	0	0	

Таблиця 5

Базис	$c_{баз}$	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	b'_i / a'_{ik}
A_1	3	2000	1	0	0	1	0	0	0	–
A_2	2	2000	0	1	0	0	1	0	0	2000/1
A_6	0	2000	0	0	0	1	1	1	-1	2000/1
A_3	2	0	0	0	1	-1	-1	0	1	–
$\Delta_j = z_j - c_j$		10000	0	0	0	1	0	0	2	

На кожному кроці маємо наступні плани та значення цільової функції на них.

$X_1 = (0, 0, 0, 2000, 2000, 2000, 4000)$, $Z_1(X_1) = 0$;

$X_2 = (2000, 0, 0, 0, 2000, 2000, 4000)$, $Z_1(X_2) = 6000$;

$X_3 = (2000, 2000, 0, 0, 0, 2000, 0)$, $Z_1 (X_3) = 10000$;

$X_4 = (2000, 2000, 0, 0, 0, 2000, 0)$, $Z_1(X_4) = 10000$.

Оптимальний план $X^{*1} = X_4$. Оскільки в останній симплекс-таблиці є нульова оцінка, що відповідає вектору A_5, що не входить у базис, то в загальному випадку це означає, що оптимальний план не є єдиним.

Знайдемо ще кілька кутових точок, що відповідають оптимальним планам (табл. 6-8).

Таблиця 6

Базис	$c_{баз}$	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	b'_i / a'_{ik}
A_1	3	2000	1	0	0	1	0	0	0	–
A_2	2	0	0	1	0	-1	0	-1	1	–
A_5	0	2000	0	0	0	1	1	1	-1	2000/1
A_3	2	2000	0	0	1	0	0	1	0	2000/1
$\Delta_j = z_j - c_j$		10000	0	0	0	1	0	0	2	

Таблиця 7

Базис	$c_{баз}$	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	b'_i / a'_{ik}
A_1	3	2000	1	0	0	1	0	0	0	–
A_2	2	2000	0	1	1	-1	0	0	1	2000/1
A_5	0	0	0	0	-1	1	1	0	-1	–
A_6	0	2000	0	0	1	0	0	1	0	2000/1
$\Delta_j = z_j - c_j$		10000	0	0	0	1	0	0	2	

Таблиця 8

Базис	$c_{баз}$	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	b'_i / a'_{ik}
A_1	3	2000	1	0	0	1	0	0	0	–
A_3	2	2000	0	1	1	-1	0	0	1	2000/1
A_5	0	2000	0	1	0	0	1	0	0	2000/1
A_6	0	0	0	-1	0	1	0	1	-1	–
$\Delta_j = z_j - c_j$		10000	0	0	0	1	0	0	2	

В табл. 6-8 маємо наступні оптимальні плани та значення цільової функції на цих планах.

$X^{*2} = (2000, 0, 2000, 0, 2000, 0, 0)$, $Z_1(X^{*2}) = 10000$;

$X^{*3} = (2000, 2000, 0, 0, 0, 2000, 0)$, $Z_1(X^{*3}) = 10000$;

$X^{*4} = (2000, 0, 2000, 0, 2000, 0, 0)$, $Z_1(X^{*4}) = 10000$.

Далі отримуємо повтори планів та векторів у базису.

Отже, як показали розрахунки, максимальний прибуток сягає 10000 доларів США. А оптимальні витрати складають для першого оптимального плана: x_1 =

\$2000 (Google), x_2 = \$2000 (Facebook), x_3 = \$0 (TikTok);

для другого: x_1 = \$2000 (Google), x_2 = \$0 (Facebook), x_3 = \$2000 (TikTok);

для третього: x_1 = \$2000 (Google), x_2 = \$2000 (Facebook), x_3 = \$0 (TikTok);

для четвертого: x_1 = \$2000 (Google), x_2 = \$0 (Facebook), x_3 = \$2000 (TikTok).

Множина розв'язків задачі визначається як лінійна комбінація знайдених вершин $\sum_{i=1}^{S}\alpha_i \overline{X}^{*i}$, де $S = 4$ – кількість знайдених вершин, $\overline{X}^{*i}$ – вектор (координати) i-ї вершини, α_i – довільні числа такі, що $\sum_{i=1}^{S}\alpha_i = 1,\ 0 \le \alpha_i \le 1.$

Висновки.

У статті доведено доцільність застосування модифікованого множинного симплекс-методу в електронній комерції для розв'язання скалярних і векторних задач ЛП в електронній комерції для підвищення ефективності управлінських рішень у сфері онлайн-продажів, логістики та маркетингу.

Розглянутий та розв'язаний за наведеною методикою модельний приклад розподілу рекламного бюджету між трьома каналами – Google Ads, Facebook Ads та TikTok Ads з метою максимізації прибутку.

Запропонований підхід дозволяє автоматизувати процес прийняття управлінських рішень у сферах логістики, маркетингу, закупівель та обслуговування клієнтів, що особливо актуально для платформ e-commerce.

Модифікований множинний симплекс-метод забезпечує більшу гнучкість та адаптивність у порівнянні з класичним підходом, оскільки дозволяє отримувати різні оптимальні розв'язки лінійної скалярної або векторної моделі, яка зводиться до скалярної, та вибирати серед них найкращий за критеріями, які не увійшли у модель оптимізації.

Практичне застосування розробленої методики та складеного алгоритму (блок-схеми) і програми мовою C++ в умовах електронної торгівлі дозволяє підвищити ефективність функціонування підприємства, зменшити витрати, підвищити якість обслуговування та автоматизувати процес прийняття оптимальних рішень.

Список літератури

1. Григорків В. С., Григорків М. В. Оптимізаційні методи та моделі. Чернівці : Рута, 2016. 400 с.

2. Зіатдінов Ю. К., Воронін А. М. Багатокритеріальна оцінка проблемних ситуацій. *Проблеми інформатизації та управління*. 2022. № 3(71). С. 12-16.

3. Іващука О. Т. Економіко-математичне моделювання. Тернопіль : ТНЕУ «Економічна думка», 2008. 704 с.

4. Кузьмичов А. І. Оптимізаційні методи і моделі: практикум в Excel. Київ: ВПЦ АМУ, 2013. 438 с.

5. Лавріненко Н. М., Латинін С. М., Фортуна В. В., Бескровний О. І. Основи економіко-математичного моделювання. Львів: "Магнолія 2006", 2010. 540 с.

6. Леснікова І. Ю., Халіпова Н. В., Терещенко М. В., Харченко Є. М., Єршова Н. М. Основи роботи та вирішення інженерних задач у середовищі електронних таблиць Excel. К.: Центр учбової літератури, 2007. 186 с.

7. Листопад В. В. Реалізація симплекс-методу для розв'язання економічних задач оптимізації з допомогою Microsoft Excel. 2007. https://dspace.nuft.edu.ua/server/api/core/bitstreams/be380ec8-83fc-4da8-8e16-33a804553ead/content.

8. Мормуль М. Ф., Щитов О. М., Щитов Д. М., Рудянова Т. М. Аспекти багатокритеріального вибору управлінських рішень. *SWorldJournal*. 2023. № 19, part 1. С. 64-76. DOI: 10.30888/2663-5712.2023-19-01-018.

9. Скворчевський О. Є. Багатокритеріальна оптимізація процесів підбору та розміщення персоналу на підприємстві. *Вісник Національного технічного університету "ХПІ"*. Сер.: Економічні науки. Харків: НТУ «ХПІ», 2016. № 47 (1219). С. 41-45.

References

1. Ziatdinov Yu. K., Voronin A. M. (2022). Bahatokryterialna otsinka problemnykh sytuatsii [Multi-criteria assessment of problem situations]. Problemy informatyzatsii ta upravlinnia, 3(71), 12-16 [in Ukrainian].

2. Lystopad V. V. (2007). Realizatsiia sympleks-metodu dlia rozviazannia ekonomichnykh zadach optymizatsii z dopomohoiu Microsoft Excel [Implementation of the simplex method for solving economic optimization problems using Microsoft Excel]. https://dspace.nuft.edu.ua/server/api/core/bitstreams/be380ec8-83fc-4da8-8e16-

33a804553ead/content [in Ukrainian].

3. Mariuta A. N., Novytskyi Y. V. (2005). Эffektyvnost mnohokryteryalnыkh zadach эkonomyky [Efficiency of multicriteria economic problems]: Monohrafyia. Dnepropetrovsk: Nauka y obrazovanye, 277 s. [in Russian].

4. Mormul M. F., Shchytov O. M., Shchytov D. M., Rudianova T. M. (2023). Aspekty bahatokryterialnoho vyboru upravlinskykh rishen [Aspects of multi-criteria choice of management decisions]. *SWorldJournal*, 19/1, 64-76. DOI: 10.30888/2663-5712.2023-19-01-018 [in Ukrainian].

5. Siedykh O. L., Savchuk O. O. (2019). Bahatokryterialna optymizatsiia. Informatsiini tekhnolohii – 2019 [Multi-criteria optimization. Information technology – 2019]: zbirnyk tez VI Vseukrainskoi naukovo-praktychnoi konferentsii molodykh naukovtsiv, 16 travnia 2019 r. Kyiv : Un-t im. B. Hrinchenka, 203-205 [in Ukrainian].

6. Skvorchevskyi O. Ye. (2016). Bahatokryterialna optymizatsiia protsesiv pidboru ta rozmishchennia personalu na pidpryiemstvi [Multi-criteria optimization of personnel selection and placement processes at the enterprise]. *Visnyk Natsionalnoho tekhnichnoho universytetu "KhPI". Ser.: Ekonomichni nauky*. Kharkiv: NTU «KhPI», 47 (1219), 41-45 [in Ukrainian].

Abstract. *The article investigates the possibility of using a modified multiple simplex method to solve optimization problems in e-commerce. Particular attention is paid to the problems of advertising budget allocation, inventory management and logistics. The proposed approach allows for efficient processing of a large number of variables and constraints typical of modern e-commerce platforms. The method is promising for automated management decision-making in digital commerce and allows linear programming problems that have a set of optimal equivalent solutions to find them and choose the best solution that best satisfies the OPS according to other criteria not included in the model.*

Keywords: *e-commerce, simplex method, logistics, advertising budget, online platforms, linear programming.*